

La mesure de l'assombrissement du soleil pendant une éclipse

Par Dr W. SCHÜEPP, Bureau de Rayonnement de Service Météorologique du Congo Belge

(Manuscript received September 9, 1956)

Abstract

Measurement of solar radiation in 7 monochromatic regions, and measurements of total, diffuse and direct radiation, during the partial eclipse of Feb. 25th 1952 at N'dele ($8^{\circ} 24' 25''$ N $20^{\circ} 40' 0''$ E) lead to a determination of solar limb darkening, even for the region between 99 and 100 % of the sun's radius. The values of MINNAERT (1953) and PEYTURAUX (1952) and (1955) are confirmed, the formula of HOUTGAST (1952) is shown to be incorrect.

This confirms the idea of PLASKETT 1936 that there must be a very strong temperature gradient near the surface of the photosphere. Using the new formula from WARZÉE 1955 the constants for total radiation are computed and compared with the radiative equilibrium and with the case of a mean wavelength of $548.5 \text{ m}\mu$. The difference with respect to the case of $548.5 \text{ m}\mu$ is due to the fact that the center of sun disc is bluer and the border region is redder than this wavelength.

Introduction

En 1945 A. Ångström avait suggéré de mesurer l'assombrissement du disque solaire, du centre vers le bord, lors d'une éclipse. Le premier essai tenté lors de l'éclipse de juillet 1945 à Löfvånger par JERLOV, OLSON et SCHÜEPP (1954), n'a pas donné de résultats utilisables à cause des conditions atmosphériques défavorables et des imperfections instrumentales. Le dépouillement des mesures effectuées à Löfvånger m'a incité à tenter un nouvel essai avec des instruments améliorés, lors de l'éclipse annulaire de 1951 à Vista, sur la côte atlantique du Congo Belge. Cette seconde tentative fut également vouée à l'échec à cause des conditions atmosphériques; mais elle a confirmé que la variation de l'intensité étant beaucoup trop rapide pendant la phase maximum d'une éclipse totale il est préférable d'effectuer les mesures lors d'une éclipse partielle à très haut pourcentage de totalité. En effet pendant une éclipse partielle au mo-

ment de la phase maximum, quand la surface visible se réduit à une portion du bord du disque, l'intensité reste sensiblement constante pendant une minute, ce qui permet de la mesurer avec une précision presque aussi grande qu'avant ou après l'éclipse (ALLEN 1953). C'est pourquoi, pour l'éclipse du 25 février 1952, le Service Météorologique a décidé d'envoyer la mission de rayonnement à un endroit où l'éclipse serait partielle et où la nébulosité est normalement faible à cette date. Le choix s'est porté sur N'Dele en Afrique Équatoriale Française à $08^{\circ} 24' 25''$ Nord et $20^{\circ} 49' 00''$ Est.¹

¹ Il nous est un devoir de remercier les Services Météorologiques de Brazzaville et de Bangui pour leur collaboration dans l'organisation et la réalisation de la mission. Les données astronomiques pour le calcul nous ont été préparées par le Professeur M. Waldmeier à Zürich. La présente publication n'est qu'un extrait d'un rapport contenant toutes les observations et les détails des calculs. Une copie peut être envoyée, sur demande faite à l'auteur (adresse: Service Météorologique, Léopoldville, Congo Belge).

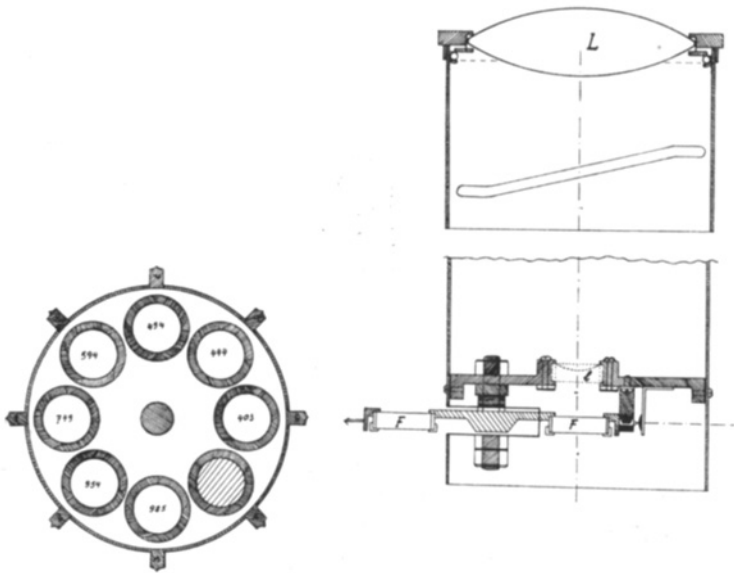
ACTINOMÈTRE INTERFÉRENCIEL

Fig. 1. Tête additionnelle à l'actinomètre. La grande lentille biconvexe L d'un diamètre de 80 mm concentre la lumière approximativement sur la position de la roue avec les 7 filtres interférentiels F . La petite lentille planconcave l , d'un diamètre de 18 mm, placée devant le foyer de l , produit un faisceau parallèle, de sorte que la lumière qui tombe à travers le filtre F sur le récepteur est parallèle. La roue avec les filtres est reportée à gauche; les chiffres donnent la position de transmission maxima de chaque filtre en $m\mu$. Le chiffre marqué sur chaque vis d'arrêt correspond au filtre diamétralement opposé (à l'intérieur de l'appareil). La distance entre L et l est réglable; une fois la meilleure position trouvée ce réglage a été bloqué.

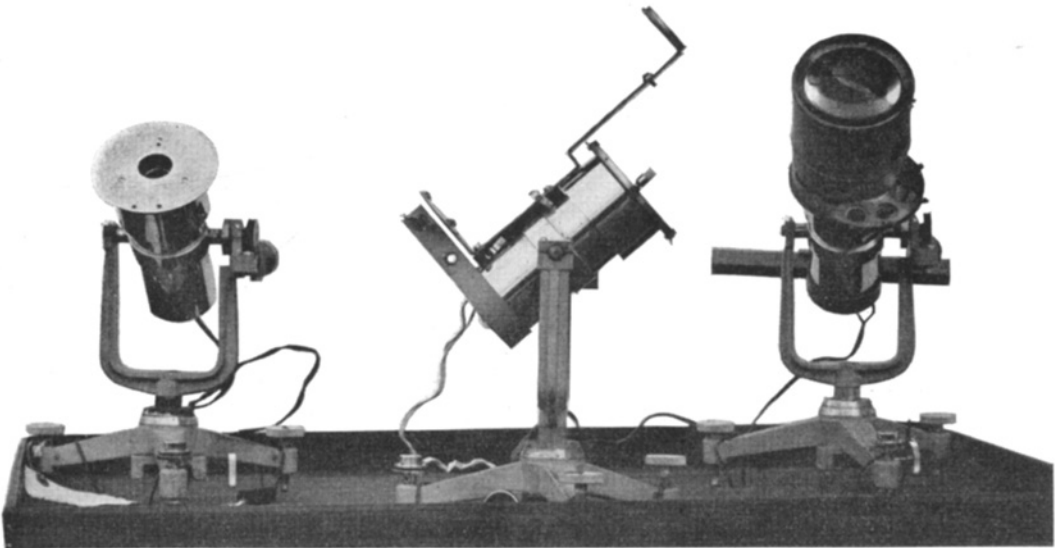


Fig. 1 et 2. Actinomètre Linke-Feussner de Kipp transformé pour faire des mesures avec des filtres interférentiels SCHOTT.

Méthode de mesure

a) Mesures dans les bandes étroites du spectre.

L'instrument principal employé à N'dele est un actinomètre blindé de Linke-Feussner qui sert normalement à la mesure de l'intensité du rayonnement solaire dans des bandes assez étroites du spectre, par l'adjonction de filtres interférentiels. (Voir fig. 1 et 2.) L'intensité mesurée étant de l'ordre de 1 % de l'intensité totale seulement, il a fallu l'amplifier pour pouvoir utiliser les enregistreurs courants. Un système optique a été conçu dans ce but comportant une lentille L de 8 cm de diamètre qui concentre le rayonnement sur une lentille collimatrice l , concave. Ce système permet d'amplifier 20 fois environ l'intensité par centimètre carré de surface. Pendant l'éclipse; l'intensité du rayonnement diminue à l'endroit choisi jusqu' à 2 % approximativement de son intensité initiale. Si l'on veut garder la même précision relative de mesure, il faut utiliser des instruments 50 fois plus sensibles. L'amplificateur commandé dans ce but n'étant malheureusement pas encore disponible au moment de l'éclipse, j'ai été réduit à faire des mesures à lecture directe, sans possibilités de vérification ultérieure. L'inertie du galvanomètre s'ajoutant à celle de la pile thermoélectrique, les mesures effectuées pendant la période de forte variation d'intensité étaient affectées d'erreurs considérables qui, heureusement, disparaissaient pratiquement pendant la phase maximum à cause de la constance de l'intensité. Bien que les différentes sensibilités du galvanomètre aient été établies en mettant l'appareil en circuit avec la même pile thermoélectrique, on a dû constater que le changement fréquent de sensibilité au cours de l'éclipse introduisait des erreurs supplémentaires. Une troisième source d'erreurs réside dans la variation du trouble atmosphérique. Ce trouble, dans un climat influencé par le désert, comme c'est le cas à N'dele, est assez important et, bien que les mesures faites avant et après l'éclipse aient donné des résultats pratiquement constants, un doute subsiste quant à ces variations pendant les trois heures qu'a duré l'éclipse. Cette incertitude et celle relative à la sensibilité du galvanomètre, m'ont conduit à préférer, par prudence, l'emploi des rapports entre les intensités mesurées au moyen des différents filtres interférentiels.

b) Mesures du rayonnement global et du rayonnement du ciel.

Les seules valeurs utilisables directement ont été celles des intensités du rayonnement global et du rayonnement du ciel qui, par différence, fournissent l'intensité du rayonnement total du soleil. Ces intensités ont été enregistrées avec une précision de 0,3 % en utilisant au galvanomètre deux sensibilités différentes dans un rapport de 1 à 5. De cette façon la précision des valeurs mesurées pendant la phase maximum était encore de ± 3 %; grâce à la mesure de la position zéro immédiatement après la phase maxima on peut attribuer une précision plus grande à G et à I (de ± 1 % environ). L'expérience acquise au cours des dix jours de mesure, confirme la théorie qu'un changement du trouble atmosphérique provoque un changement de l'intensité globale inverse de celui de l'intensité du ciel (voir SCHÜEPP, 1952).

Le parallélisme des deux courbes pendant l'éclipse montre que les fluctuations du trouble atmosphérique n'ont certainement pas été importantes. Il en résulte que les mesures des intensités du rayonnement global et du rayonnement du ciel (et donc celles du rayonnement direct du soleil) peuvent être considérées comme des mesures absolues.

c) Traitement des données recueillies.

Pour étudier l'effet de l'assombrissement pour les différentes longueurs d'onde j'ai utilisé les rapports des intensités mesurées avec les filtres interférentiels de longueurs d'onde respectives 403, 444, 494, 594, 730 et 954 m μ aux intensités du filtre de 985 m μ . Le rapport entre les intensités à 954 m μ et 985 m μ a servi surtout pour éliminer les valeurs douteuses. Si l'on considère comme connues les valeurs pour 985 m μ , ces rapports permettent de calculer les valeurs pour les différentes longueurs d'onde. La largeur des bandes était de 15 m μ environ.

L'étude avait pour but de confirmer ou d'améliorer les observations faites avec la méthode standard qui mesure la variation de l'intensité de l'image d'une fente derrière un spectrographe pendant que le soleil passe devant un télescope arrêté. Me basant sur la formule de HOUTGAST (1952)

$$H\beta = \frac{I}{I_c} = \frac{1 + \beta \cos \varphi}{1 + \beta}; \varphi = \arcsin \varrho$$

où ϱ est la fraction du rayon du disque mesuré du centre,

$\lambda = 403 \ 444 \ 454 \ 594 \ 749 \ 954 \ 985 \text{ m}\mu$
 et $\beta = 3,6 \ 2,8 \ 2,0 \ 1,56 \ 0,90 \ 0,59 \ 0,56$ était interpolé graphiquement à partir des valeurs publiées par MINNAERT (1953), j'ai calculé les intensités qu'on aurait dû mesurer pour les différentes phases de l'éclipse si cette formule était exacte. La comparaison avec nos mesures, telles qu'on peut les tirer des graphiques 3 à 7 montre que la formule donne pour les phases moyennes (20 à 50 %) des valeurs trop faibles et pour la phase près du maximum (4 à 7 %) des valeurs trop fortes. La première constatation est sujette à caution, car pendant cette période la dérivée de l'intensité par rapport au temps était très forte; par contre la deuxième constatation doit correspondre à la réalité, car ici la dérivée de l'intensité par rapport au temps est faible et le nombre des mesures est grand. En ajustant les valeurs H_φ de Houtgast, surtout pour les positions de $\cos \varphi < 0,3$ on arrive à réduire considérablement les différences systématiques, pour les phases moyennes comme pour les phases près du maximum (tableau 1).

Ces différences dépassent la précision des mesures uniquement pour les phases de 16 à 35 % pour le rapport 494/985 m μ .

En faisant la comparaison des valeurs ajustées avec les valeurs expérimentales publiées par MINNAERT, 1956, on constate une bonne concordance dans toute la gamme des mesures. Ainsi, la différence entre la formule de Houtgast et les mesures de Minnaert est confirmée par mes mesures. C'est pourquoi, je me suis basé sur les données de Minnaert publiées pour 1000 m μ , pour calculer les rapports $\lambda/985 \text{ m}\mu$ des valeurs directes (vu la proximité entre 985 m μ et 1000 m μ , la différence entre les deux valeurs n'introduit qu'une faible correction). Mais ces données se limitent à la région $\cos \varphi > 0,3$. Pour les $\cos \varphi < 0,3$ une extrapolation raisonnable est faite en supposant que l'intensité reste jusqu'au bord du disque une fonction presque linéaire en $\cos \varphi$. Ceci ne peut être qu'une première approximation: en réalité, la loi doit avoir un caractère exponentiel, c'est-à-dire qu'au lieu de comparer

Tellus IX (1957), 2

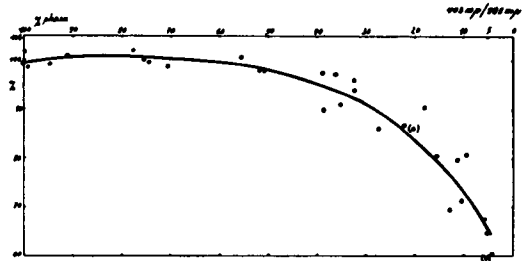


Fig. 3.

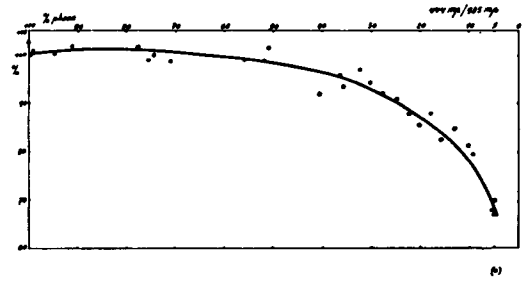


Fig. 4.

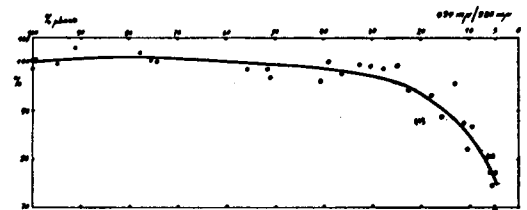


Fig. 5.

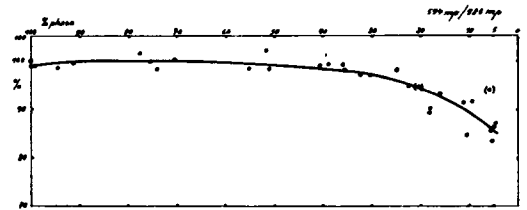


Fig. 6.

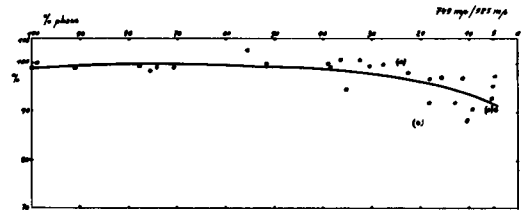


Fig. 7.

Fig. 3 à 7. Intensité du rayonnement en % de la valeur qu'on aurait mesurée sous les mêmes conditions météorologiques avec un soleil uniforme. Les valeurs entre () sont douteuses. Les valeurs du tableau 1 sont tirées des courbes moyennes des graphiques.

Tableau 1

Phase	M_{403}	$H_{3,6}$	A_{403}	$A-M$	M_{444}	$H_{2,8}$	A_{444}	$A-M$	M_{494}	$H_{2,0}$
100	100,0	100,0	100,0	0,0	100,0	100,0	100,0	0,0	100,0	100,0
93,7	100,5	101,0	101,3	0,8	100,8	101,0	101,2	0,4	100,5	100,8
84,1	100,8	101,3	101,4	0,6	101,0	101,2	101,3	0,3	101,0	101,0
72,2	100,3	100,6	100,5	0,2	100,4	100,5	100,7	0,3	100,5	100,5
58,7	99,4	98,7	98,8	— 0,6	99,4	98,8	98,8	— 0,6	99,7	99,0
47,0	97,5	96,2	95,7	— 1,8	97,9	96,2	96,4	— 1,5	98,9	96,9
34,8	93,2	92,2	91,3	— 1,9	95,0	92,8	92,8	— 2,2	97,9	94,0
22,4	85,5	85,9	84,6	— 0,9	88,7	87,0	86,6	— 2,1	94,7	89,0
16,15	80,2	81,4	80,0	— 0,2	84,0	82,9	82,4	— 1,6	90,5	85,7
9,51	72,9	74,4	72,5	— 0,4	77,1	76,8	75,7	— 1,4	83,4	80,5
6,40	68,3	71,5	68,4	0,1	71,6	74,2	72,7	1,1	79,7	78,5
4,82	65,0	68,0	64,5	— 0,5	67,6	70,9	68,8	1,2	75,5	75,7

Intensité par rapport à 985 mμ en % de la valeur qu'on aurait mesurée pour un disque de luminosité uniforme (c'est-
même rapport pour les intensités calculées dans le cas d'une

Phase obscurcissement astronomique
 M_{λ} valeur mesurée $\lambda/985 \text{ m}\mu$
 H_{β} valeur calculée d'après HOUTGAST (1952) $\lambda/985 \text{ m}\mu$

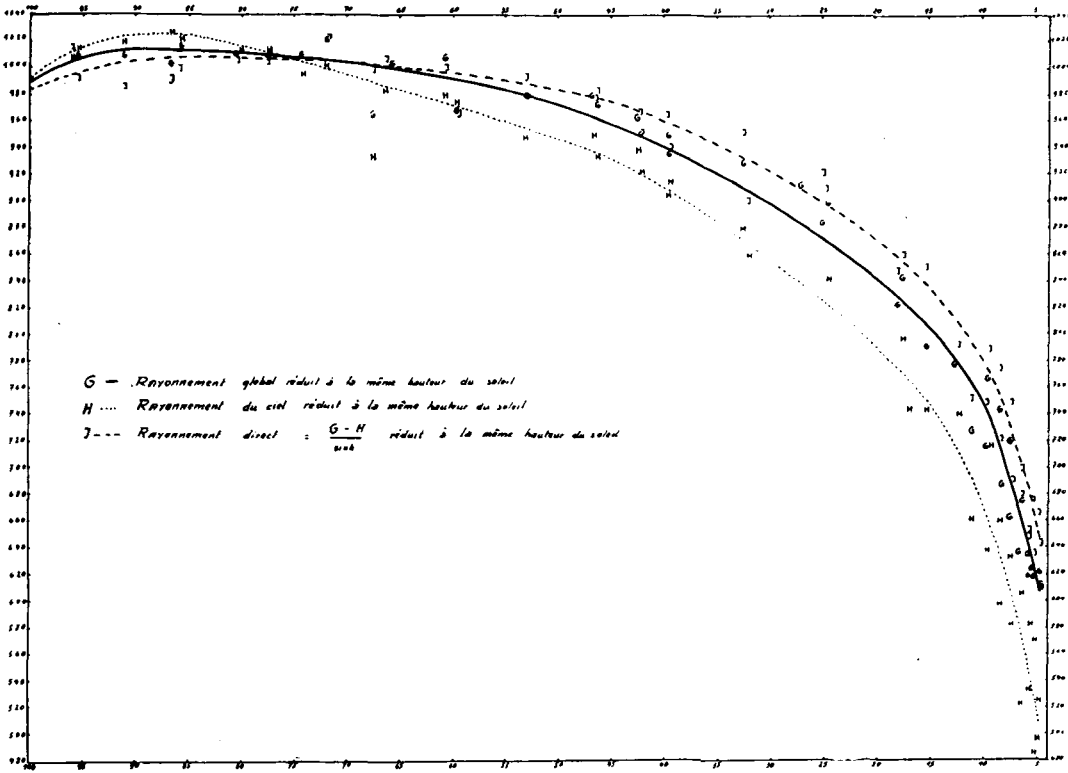


Fig. 8. Intensité du rayonnement en % de la valeur qu'on aurait mesurée sous les mêmes conditions météorologiques avec un soleil uniforme.

G Rayonnement global I Rayonnement direct H Rayonnement diffus

A_{494}	$A-M$	M_{594}	$H_{1,36}$	A_{594}	$A-M$	M_{749}	$H_{0,90}$	A_{749}	$A-M$
100,0	0,0	99,0	100,0	100,0	1,0	99,0	100,0	100,0	1,0
100,8	0,3	99,6	100,5	100,5	0,9	99,2	100,3	100,4	1,2
100,8	— 0,2	99,9	100,8	100,6	0,7	99,5	100,4	100,3	0,8
100,4	— 0,1	99,9	100,4	100,2	0,3	99,8	100,2	100,0	0,2
99,1	— 0,6	99,5	99,1	99,2	— 0,3	99,8	99,6	99,8	0,0
97,3	— 1,6	99,1	97,8	98,0	— 1,1	99,1	98,7	99,2	0,1
94,8	— 3,1	98,0	95,7	96,2	— 1,8	98,4	97,7	98,3	— 0,1
90,6	— 4,1	95,2	91,7	92,8	— 2,4	96,8	95,8	96,5	— 0,3
87,5	— 3,0	92,6	89,5	91,4	— 1,2	95,3	94,5	95,4	0,1
82,3	— 1,1	89,0	85,5	88,6	— 0,4	93,7	93,5	93,5	— 0,2
79,7	0,0	86,7	84,5	87,2	0,5	92,5	92,3	92,9	0,4
76,5	1,0	85,4	82,6	86,2	0,8	91,7	91,8	91,5	— 0,2

à-dire: rapport de l'intensité mesurée pour une longueur d'onde λ à celle mesurée pour 985 m μ , divisé par le luminosité uniforme, le résultat étant exprimé en %).

$A\lambda$ meilleure approximation $\lambda/985$ m μ .

$A\lambda-M\lambda$ différence entre calcul et observation

Tableau 2

% du rayon	1 000	999,3	995	979	954	916	865	799	713	598	435	0
φ	90,0	87,9	84,3	78,4	72,6	66,4	60,0	53,1	45,5	36,8	25,8	0,00
$\cos \varphi$	0,000	0,050	0,100	0,200	0,300	0,400	0,500	0,600	0,700	0,800	0,900	1,000
$H\beta$ 3,7	212	251	292	370	449	528	607	685	764	843	921	1 000
$M\lambda$ 400	—	—	—	—	413	500	589	674	753	833	915	1 000
$R\lambda$ 400	(117)	(169)	220	321	419	514	600	684	765	844	923	1 000
$P\lambda$ (371 + 416)/2	—	—	—	335	423	514	599	684	764	846	923	1 000
$H\beta$ 2,55	282	318	353	425	497	569	640	712	785	856	926	1 000
$M\lambda$ 450	—	—	—	—	466	549	628	705	782	860	930	1 000
$R\lambda$ 450	(178)	(230)	280	380	474	562	641	716	790	862	932	1 000
$P\lambda$ 450	—	—	—	396	476	560	640	717	791	863	931	1 000
$H\beta$ 2,00	333	366	399	466	532	599	665	732	798	865	932	1 000
$M\lambda$ 500	—	—	—	—	510	590	666	738	806	874	939	1 000
$R\lambda$ 500	(232)	(281)	331	429	520	602	675	744	809	874	937	1 000
$H\beta$ 1,36	423	452	481	539	596	654	712	769	827	885	942	1 000
$M\lambda$ 600	—	—	—	—	582	656	725	784	840	894	949	1 000
$R\lambda$ 600	(336)	(380)	424	508	589	665	728	788	843	897	949	1 000
$P\lambda$ 607	—	—	—	520	596	665	729	788	845	899	949	1 000
$H\beta$ 0,91	524	548	571	619	667	714	762	809	857	904	952	1 000
$M\lambda$ 750	—	—	—	—	(666)	(720)	(780)	(830)	(876)	(918)	(960)	1 000
$R\lambda$ 750	(440)	(477)	513	585	654	719	777	830	876	918	960	1 000
$P\lambda$ 777	—	—	—	598	669	730	783	831	875	921	962	1 000
$H\beta$ 0,54	649	667	684	719	755	789	825	859	894	930	964	1 000
$M\lambda$ 1 000	(564)	(593)	(621)	(677)	731	781	830	870	907	939	971	1 000
$P\lambda$ 997	—	—	—	669	731	786	829	872	909	941	971	1 000
T 500 m μ	(250)	410	470	540	615	685	—	—	—	—	—	1 000

Intensité par rapport au centre du disque solaire

$\frac{\%}{100}$ du rayon = 1 000. $\sin \varphi$.

φ angle entre la direction de vision et la direction vers le point du disque vu du centre du soleil

$\cos \varphi$ — — —

$H\beta$ valeurs calculées d'après HOUTGAST (1952)

$M\lambda$ valeurs de MINNAERT (1953)

$R\lambda$ valeurs à la base de $A\lambda$ conforme à nos mesures

$P\lambda$ valeurs publiées par PEYTURAUX (1952) et (1955)

T valeurs publiées par TEN BRUGGEN-CATE (1938)

Tableau 3

% du rayon ...	1 000	999,95	999,8	999,3	995	979	954	916	865	799	713	598	435	0
φ	90,0	89,4	88,8	87,9	84,3	78,4	72,6	66,4	60,0	53,1	45,5	36,8	25,8	0,0
cos φ	0,000	0,010	0,020	0,050	0,100	0,200	0,300	0,400	0,500	0,600	0,700	0,800	0,900	1 000
$H\beta = 2,65$	274	—	—	310	346	419	492	565	637	709	782	855	927	1 000
$M_{\lambda} = 450$	—	—	—	—	—	—	466	549	628	705	782	860	930	1 000
Ciel.....	(135)	—	—	(184)	234	345	445	544	631	708	784	858	932	1 000
$H\beta = 1,70$	370	—	—	402	433	496	559	622	685	748	811	874	937	1 000
$M_{\lambda} = 535$	—	—	—	—	—	—	(533)	(613)	(688)	(756)	(819)	(882)	(942)	1 000
Global.....	(220)	—	—	(274)	338	444	541	624	688	754	816	880	939	1 000
Warzeé 548,5...	126	169	200	268	350	466	558	636	705	769	831	890	945	1 000
Warzeé-radiatif.	344	358	367	391	429	499	565	629	692	755	816	878	939	1 000
Warzeé-Schüepp	156	189	214	274	338	444	541	624	688	754	816	880	939	1 000
$H\beta = 1,25$	444	—	—	472	499	555	611	666	722	777	832	888	944	1 000
$M_{\lambda} = 600$	—	—	—	—	—	—	582	656	725	784	840	894	949	1 000
Direct.....	(334)	—	—	(378)	420	521	592	659	722	781	842	898	950	1 000

Intensité par rapport au centre du disque solaire

% du rayon = 1 000. sin φ .	Warzeé-548,5	valeurs se basant sur les données de SYKES (1953) pour 548,5 m μ extrapolées avec deux variables indépendantes suivant la formule de Warzeé
φ angle entre la direction de vision et la direction vers le point du disque vu du centre du soleil		
cos φ — — —	Warzeé-radiatif	valeurs se basant sur les données de PLACZEK (1947) pour l'équilibre radiatif avec deux variables indépendantes suivant la formule de Warzeé.
$H\beta$ valeurs calculées d'après HOUTGAST (1952)	Warzeé-Schüepp	valeurs se basant sur mes mesures du rayonnement global avec deux variables indépendantes suivant la formule de Warzeé
M_{λ} valeurs de MINNAERT (1953)		
Ciel valeurs à la base du rayonnement diffusé sur une surface horizontale		
Global valeurs à la base du rayonnement global sur une surface horizontale		
Direct valeurs à la base du rayonnement direct (surface perpendiculaire au soleil)		

le rapport $\frac{I_{\varphi}}{I_c}$ à cos φ , il faudrait comparer

log $\frac{I_{\varphi}}{I_c}$ à cos φ , Mais, pour se conformer aux présentations des autres chercheurs, le tableau est dessiné en échelle linéaire pour $\frac{I_{\varphi}}{I_c}$. Par ce

procédé on arrive aux résultats représentés dans le graphique 8 et au tableau 2. Au cours des dernières années, plusieurs recherches ont été faites et m'étaient encore inconnues quand j'ai dépouillé mes mesures. Les résultats se référant à la même partie du spectre solaire sont ajoutés au graphique 9. Ils confirment en général mes résultats, surtout aussi dans la région qui n'avait pas été atteinte antérieurement. Comme les mesures dans cette dernière région se basent encore une fois toutes sur le principe du spectrographe fixe devant lequel passe l'image du soleil, la valeur de la méthode de l'éclipse consiste surtout dans le fait que celle-ci est fondamentalement différente. En effet, là où la méthode classique a besoin de plus grand nombre de corrections

pour éliminer les effets de scintillation et des irrégularités locales (tâches, facules), là où il est nécessaire de faire la correction pour la largeur de la fente, pour l'inertie de l'enregistreur et pour la lumière diffusée dans l'optique, la méthode de l'éclipse partielle évite toutes ces sources d'erreurs; mais elle ne donne que des intégrales. La comparaison entre les dernières mesures de MINNAERT (1949), de PEYTURAUX (1952) et (1955) et de PIERCE (1950), révèle des différences assez grandes. Les valeurs de PEYTURAUX (1952) et (1955) entre 400 et 997 m μ ne dévient que peu de mes courbes avec un assombrissement un peu moins accentué pour les $\lambda < 500$ m μ . Les valeurs de MINNAERT (1949), par contre, montrent un assombrissement plus accentué avec une déviation assez forte vis-à-vis de mes résultats. Les mesures de PIERCE (1950) pour 548 m μ coïncident avec ma courbe 550 m μ ; pour 698 m μ ses valeurs sont toujours un peu plus faibles, pour 992 m μ ils sont même considérablement plus faibles. Les valeurs de TEN BRUGGENCATE (1938) pour 500 m μ se rapprochent fortement de ma courbe pour

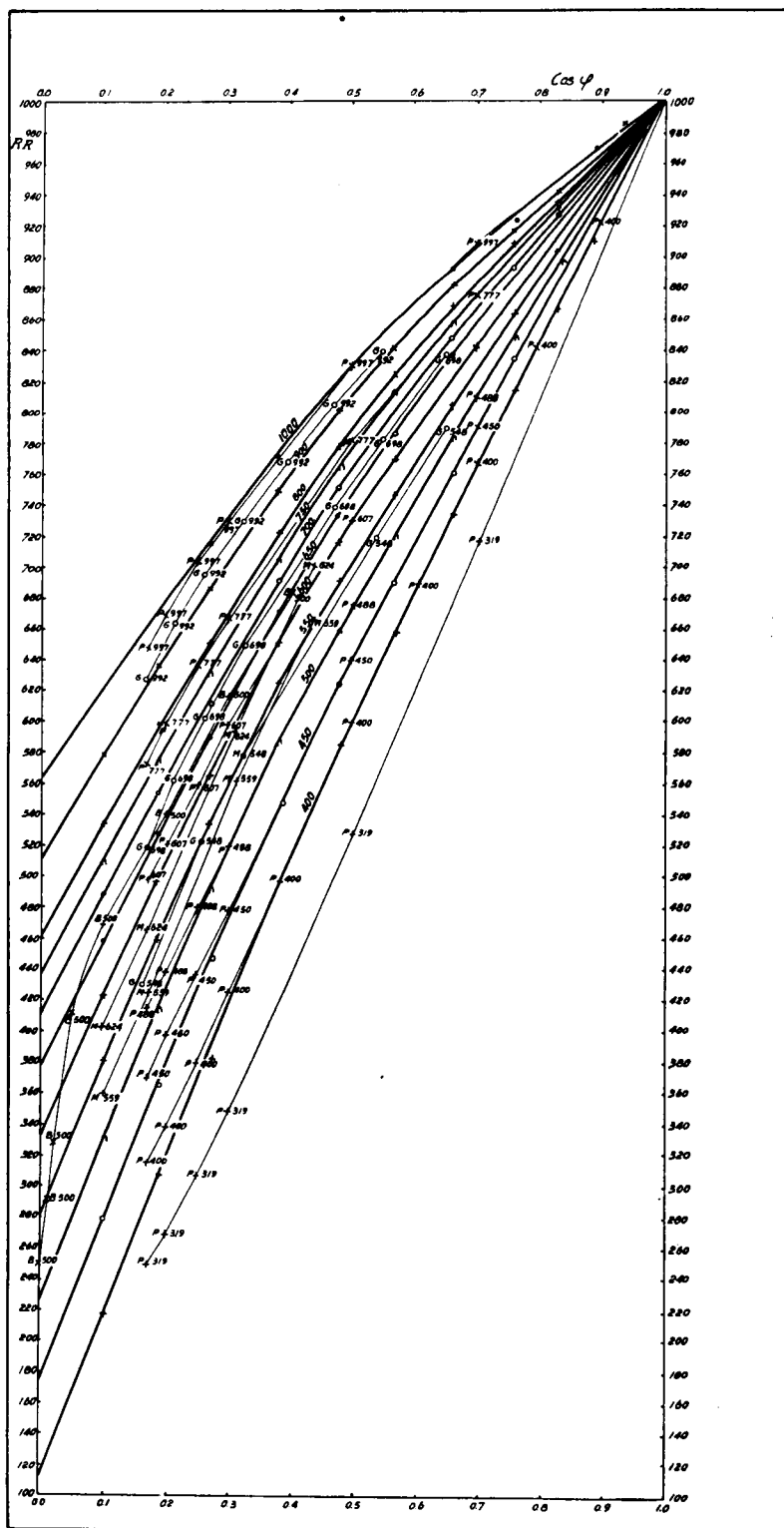


Fig. 9. Résultat final du dépouillement des intensités dans les bandes étroites avec les données des recherches récentes ajoutées pour comparaison.

P_A PEYTURAUX (1952) et (1955)

G_A PIERCE (1950)

B TEN BRUGGENCATE (1938)

M_A MINNAERT

Tellus IX (1957), 2

650 mμ, mais descendent beaucoup plus vite quand cos φ tend vers zéro. Il est vrai mes mesures ne donnent aucune indication précise sur la région comprise entre 0,1 > cos φ > 0 qui n'est qu'une fraction peu importante de la surface totale visée pendant la phase maxima. Lors d'une éclipse annulaire avec 99 % ou plus il aurait moyen de mesurer cette région plus exactement en prenant beaucoup de précautions. Par les valeurs de Peyturaux, on reconnaît très bien que l'assombrissement est plutôt une fonction exponentielle en cos φ qu'une fonction linéaire; c'est pourquoi l'assombrissement est plus accentué pour 997 et 777 mμ et moins accentué pour 488, 450 et 400 mμ, que d'après mes courbes. Si j'étais parti des valeurs de Peyturaux 997 mμ pour la réduction des rapports, en tenant compte de l'influence exponentielle, j'aurais trouvé des valeurs d'un 1/2 % plus faibles environ pour la plupart des autres bandes mesurées. Pour 400 mμ on constate une forte irrégularité chez Peyturaux; c'est pourquoi j'ai pris la moyenne entre les bandes 371 et 416 mμ. Les différences sont de l'ordre de grandeur de la précision de ma méthode que j'estime limitée à 2 % pour cos φ = 0,2, à 3 % pour cos φ = 0,1 et à 4 % pour la région cos φ < 0,1. Comme mes mesures donnent directement l'intégrale sur la fraction visible du disque, une erreur pour une valeur donnée de cos φ entraîne automatiquement une erreur compensatoire pour une autre. C'est-à-dire que si l'estimation fournit une pente trop forte pour cos φ entre 0,2 et 0,3, la même estimation doit fournir une pente trop faible pour cos φ entre 0 et 0,1 et vice versa.

d) Le rayonnement global et l'équilibre radiatif.

Pour l'étude de l'effet intégral de l'assombrissement, j'ai enregistré le rayonnement global G et le rayonnement du ciel H. Ces valeurs étaient plus exactes et elles ont été traitées directement, tout en m'inspirant cependant des courbes trouvées dans les différentes bandes du spectre (fig. 8). L'effet global est surtout intéressant pour étudier la question de l'équilibre radiatif. WARZÉE (1955) a développé une formule qui permet de calculer l'assombrissement total pour trois cas distincts; il se basait sur la théorie de l'équilibre radiatif d'après PLACZEK (1947) et du soleil d'après SYKES (1953). Malheureusement, il n'a pas

calculé les valeurs pour cos φ < 0,2 qui nous intéressent le plus. Pour prolonger ses calculs, N. Vander Elst a dû faire exactement l'intégration ce qui a fourni des valeurs un peu différentes pour les constantes (*Annexe), Warzée ayant employé une intégration par approximation numérique. Il a été possible alors de calculer les valeurs pour le bord extrême du disque solaire où il fallait une précision plus haute. Pour comparer cette courbe à mes mesures du rayonnement global j'ai choisi les positions $H = \cos \varphi = 0,05; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8$ et 0,9 du graphique (10).

Celui-ci représente la meilleure approxima-

Tableau 4
Les constantes de la formule de Warzée

Cas	W_1	W_2	G	W'_1	E
a_0	0,570	0,652	0,6002	0,7104	0,4283
a_1	0,480	0,460	0,5126	0,4367	0,5932
α_1	0,323	0,0	0,0	0,0	0,0
α_2	0,615	0,209	0,3220	0,4195	0,0612
α_4	0,0	0,179	0,0	0,0	0,0
β_0	0,444	0,538	0,4438	0,5782	0,0844
β_1	0,9190	0,9868	0,7083	0,9228	0,1346
$\mu = 0,00$	0,126	0,114	0,156	0,132	0,344
0,01	0,169	0,160	0,191	0,175	0,356
0,05	0,268	0,264	0,273	0,273	0,391
0,10	0,350	0,348	0,343	0,353	0,429
0,20	0,466	0,467	0,449	0,467	0,499
0,30	0,557	0,558	0,536	0,557	0,565
0,40	0,635	0,635	0,613	0,635	0,629
0,50	0,705	0,705	0,685	0,705	0,692
0,60	0,770	0,770	0,752	0,770	0,755
0,70	0,830	0,831	0,817	0,831	0,816
0,80	0,889	0,889	0,880	0,889	0,878
0,90	0,945	0,945	0,940	0,946	0,939

Valeurs des constantes dans les équations de Warzée pour les différents cas envisagés.

- W_1 Formule 1 de Warzée dépouillée par intégration numérique pour 548,5 mμ
- W_2 Formule 2 de Warzée dépouillée par intégration numérique pour 548,5 mμ deuxième variante $\alpha = 0$; $\alpha_4 \neq 0$
- G Formule de Warzée calculée par intégration analytique pour le cas $\alpha_1 = 0$ appliquée à mes mesures du rayonnement global (tableau 3)
- W'_1 Formule de Warzée calculée par intégration analytique pour le cas $\alpha = 0$ appliquée à 548,5 mμ d'après SYKES (1953)
- E Formule de Warzée calculée par intégration analytique pour le cas $\alpha_1 = 0$ appliquée à l'équilibre radiatif d'après PLACZEK (1947)

tion de nos observations, en supposant une courbe du même genre que celles que nous avons obtenues pour les bandes étroites du spectre. En formant le déterminant des équations normales on a constaté qu'il s'approche de zéro. En effet, réduisant à l'aide des conditions supplémentaires le nombre des 6 variables à 3, il y a deux colonnes du déterminant qui sont proportionnelles dans la limite des erreurs moyennes. En posant la constante $\alpha_1 = 0$ on peut résoudre le problème d'ajustement sans que les points expérimentaux ne s'écartent de la courbe calculée d'une quantité plus grande que l'erreur probable. On constate d'ailleurs que pour les données employées par Warzée la suppression de α_1 n'augmente pas l'erreur moyenne par rapport à son calcul non plus. Le tableau 4 indique les valeurs de constantes; W_1 : d'après le premier développement de Warzée calculé par intégration numérique, formule 1; W_2 : d'après le deuxième développement de Warzée calculé par intégration numérique, formule 2; G d'après le premier développement de Warzée calculé par intégration analytique appliqué à mes mesures et où l'on a fait $\alpha_1 = 0$; W'_1 : d'après le même procédé que G mais pour les données présentées par SYKES (1953) pour $\gamma = 548,5$ m μ (une valeur proche à la moyenne pondérée du spectre solaire) et $\alpha_1 = 0$; E : d'après le même procédé que G mais pour l'équilibre radiatif et $\alpha_1 = 0$. Les valeurs des constantes sont très différentes, les miennes donnant une courbe qui se place entre l'équilibre radiatif et $\lambda = 548,5$ m μ . Il est bien naturel que ni l'un ni l'autre des deux groupes de valeurs de Warzée (W_1 et W_2 reproduites au tableau 4), ne peut représenter la réalité. Tout d'abord pour les faibles valeurs de $\cos \varphi$, c'est-à-dire vers le bord du disque solaire, la perturbation de l'équilibre radiatif par la convection devient importante; ensuite, remplacer le spectre total du soleil par une seule longueur d'onde est surtout une approximation trop grossière, car le spectre du soleil est plus bleu au centre du disque et tend vers le rouge au bord extrême. La différence entre ma courbe pour G et les valeurs pour $\lambda = 548,5$ m μ (fig. 10) est justement dans ce sens et indique que λ pondéré sur le disque entier serait près de 535 m μ , prend la valeur de 548 m μ pour $\mu = 0,05$ et glisse encore plus vers le rouge pour $\mu = 0$. H. PLASKETT (1936) attire

Tellus IX (1957), 2

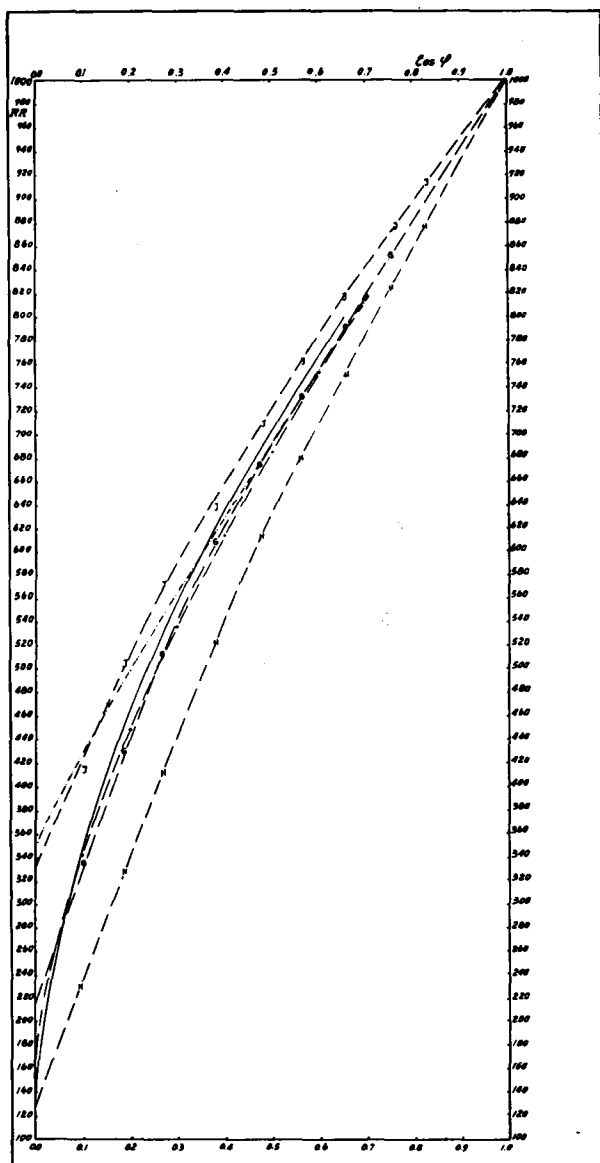


Fig. 10. Résultat final du dépouillement global avec les données théoriques d'après Warzée pour comparaison.

- G Rayonnement global
- I Rayonnement direct
- H Rayonnement diffus
- — — équilibre radiatif (Warzée—Placzek, 1947)
- 548,5 m μ (Warzée—Sykes, 1953)
- + — Rayonnement global (Warzée—Schüepp).

l'attention sur l'existence des granules qu'il interprète comme des cellules de convection; il tire de là des conclusions intéressantes sur le gradient thermique dans la photosphère, ex-

pliquant la déviation que présente le soleil par rapport au cas de l'équilibre radiatif. Il serait intéressant de voir ce que donnent ses calculs en se basant sur mes valeurs. Malheureusement, ces valeurs de G sont mesurées au sol et diffèrent donc de leur valeur réelle; il n'est cependant pas possible dans les limites de la présente étude, d'extrapoler complètement les mesures pour en déduire l'intensité en dehors de l'atmosphère.

Note: Pourtant, cette influence n'est probablement pas très forte. Considérons en effet les conditions régnant le jour de l'expérience:

- a) Il y avait 0,8 cm d'eau précipitable dans l'atmosphère, ce qui correspond à une perte par absorption de 230 mcal/cm²min. environ, pour une masse d'air $m_h = 1,25$. Cette absorption est essentiellement dans l'infrarouge.
- b) Les pertes par diffusion se présentaient comme suit: pour l'atmosphère pure (Rayleigh), le calcul donnait 180 mcal/cm²min. dont la moitié revenait comme rayonnement du ciel (donc perte: 90 mcal/cm²min. surtout dans la région d'ondes courtes).

D'autre part la diffusion totale due au trouble atmosphérique était de 420 mcal/cm²min. (différence entre la constante solaire de 1940 mcal/cm²min., le rayonnement direct mesuré de 1290 mcal/cm²min. et l'absorption de 230 mcal/cm²min.) dont 330 mcal/cm²min. revenaient comme rayonnement du ciel; mais celui-ci contenait 90 mcal/cm²min. de diffusion Rayleigh, ce qui laissait 330—90 = 240 mcal/cm²min. pour l'énergie effectivement diffusée par le trouble atmosphérique et contenue dans le rayonnement du ciel. La différence avec la diffusion totale, soit 420—240 = 180 mcal/cm²min., était donc perdue.

La perte totale par diffusion Rayleigh + Trouble était donc de 90 + 180 = 270 mcal/cm², (dans les courtes longueurs d'onde surtout). Cela étant, la perte d'énergie par absorption et diffusion se montait à 230 mcal/cm²min. dans l'infrarouge et 270 mcal/cm²min. dans les courtes longueurs d'ondes principalement. On voit donc que les effets atmosphériques se contrebalancent grossièrement en ce qui concerne la longueur d'onde représentative du rayonnement reçu au sol, ce qui fait que celle-ci reste presque la même. C'est précisément là que réside le grand avantage d'employer le rayonnement global G au lieu du rayonnement direct J pour étudier les phénomènes en dehors de l'atmosphère.

Annexe (par N. VANDER ELST)

Développement analytique de la formule de Warzée.

L'équation intégrale de l'assombrissement du centre au bord du disque solaire est présentée dans la forme:

$$I(\mu) = \int_0^{\infty} e^{-\frac{\tau}{\mu}} \cdot \beta(\tau) \cdot \frac{d\tau}{\mu}$$

où $\beta(\tau) = a_0 + a_1 \tau - \alpha_1 \cdot e^{-\tau} - \alpha_2 \cdot e^{-2\tau} (\tau \geq 0,2)$

et $\beta(\tau) = a_0 + a_1 \tau - \beta_0 + \beta_1 \cdot \tau \log \tau (0 \leq \tau \leq 0,2)$

Warzée a employé les logarithmes décimaux.

Les coefficients $a_0, a_1, \alpha_1, \alpha_0, \beta_1$ et β_1 sont liés par les conditions:

- 1) pour $\tau = 0,2$ les deux formules doivent donner la même valeur.
- 2) pour $\tau = 0,2$ la dérivée des deux formules doit avoir la même valeur.
- 3) pour $\mu = 1$ $J(\mu) = 1$.

Il reste donc trois variables indépendantes p. ex. a_1, α_1 et α_2 . L'expression

$$\int_0^{0,2} e^{-\frac{\tau}{\mu}} \cdot \tau \cdot \log \tau \cdot \frac{d\tau}{\mu}$$

n'a été calculé par Warzée que par intégration numérique approchée; pourtant il existe une solution exacte:

$$\begin{aligned} \int_0^{0,2} e^{-\frac{\tau}{\mu}} \cdot \tau \log \tau \cdot \frac{d\tau}{\mu} = & -0,2 \cdot e^{-\frac{0,2}{\mu}} \cdot \log 0,2 - \\ & - \mu \cdot e^{-\frac{0,2}{\mu}} + \mu - \mu \cdot \log 0,2 \cdot e^{-\frac{0,2}{\mu}} + \\ & + \mu \cdot E_i \left(-\frac{0,2}{\mu} \right) - \mu \cdot \log \frac{\gamma}{\mu} \end{aligned}$$

$$\text{où } E_i(-x) = \log \gamma + \log x + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n \cdot n!}$$

$$\text{avec } x = \frac{\tau}{\mu}$$

est la première fonction intégrale exponentielle, et $\log \gamma = 0,5772156$. $E_i(-x)$ a été prise dans les tables avec 6 décimales pour être sûr d'éviter toute erreur d'arrondissement. Pour les valeurs de μ comprises entre 0,2 et 1,0 il n'y a pas de déviations dépassant la troisième décimale entre les valeurs approximatives et la formule exacte. Mais pour les valeurs de μ proches de zéro l'approximation numérique devient insuffisante.

Dans une variante, Warzée pose $\alpha_1 = 0$ et introduit $\alpha_4 \cdot e^{-4\tau}$ dans $\beta(\tau)$; nous avons constaté que ni α_1 ni α_4 ne se justifient au point de vue mathématique, car l'approximation des données entre $\mu = 0,2$ et 1 n'est pas améliorée.

REFERENCES

- ALLEN, C. W., 1953: *The Sun*. Chicago, G. P. Kuiper.
- HOUTGAST, J., 1952: Dissertation. Utrecht.
- JERLOV, N., OLSSON, H., SCHÜEPP, W., 1955: Measurement of solar radiation at Lövanger (Sweden) during a total eclipse 1945. *Tellus* **6**, p 44.
- MINNAERT, A., 1953: *The Sun*. Chicago, G. P. Kuiper.
- MINNAERT, A., VANDEN HOWENVAN GENDEREN, E., VAN DIGGELEN, J., 1949: The brightness distribution near the sun's limb. *Bull. Astron. Inst. Netherlands*, **11**, p 55.
- PEYTURAUX, R., 1952: Etude du fond continu du spectre solaire. *Ann. d'Astrophys.*, **15**, p 302.
- PEYTURAUX, R., 1955: Etude du fond continu du spectre solaire. *Ann. d'Astrophys.*, **18**, p 25.
- PIERCE, A. K., MC MATH, R. P., GOLDBERG, L., MOLER, O. C., 1950: Observations of the solar limb-darkening between 0,5 and 10,2 u. *Astrophys J.*, **112**, p 289.
- PLASKETT, H. H., 1936: Solar granulation. Monthly Notices of the *Roy. Astron. Soc.*, **96**, No. 302.
- PLASZEK, G., 1947: The angular distribution of neutrons emerging from a plane surface. *The Phys. Rev.*, **72**, p 556.
- SCHÜEPP, W., Les observations météorologiques pendant l'éclipse du 25 février 1952 à N'Délé A.E.F. en preparation.
- SYKES, J. B., 1953: The integral equation of limb darkening. *Comm. Univ. Obs.*, No. 38, Oxford.
- TEN BRUGGENCATE, P., GROTRIAN, W., VANDER PAHLEN, E., 1938: *Zeitschr. f. Astrophys.*, **16**, p 51.
- WARZÉE, J., 1955: Les fonctions intégréo-exponentielles et l'équation intégrale de l'assombrissement du centre au bord du soleil. *Commun. Obs. Roy. de Belgique*, No. 81. et No. 87.