

Die Entstehung einer Höhenzyklone über Nordamerika¹

Von E. KLEINSCHMIDT, Max Planck-Institut für Strömungsforschung, Göttingen

(Manuscript received April 5, 1954. Revised manuscript received November 4, 1954.)

Abstract

The existence of a high-level cyclone always depends on masses of increased potential vorticity in the upper troposphere. The origin of those masses is studied in a single case of cut-off. It is found that the upper part of them comes from the polar stratosphere, while the lower part consists of tropospheric air. Both from the vorticity equation and from the single wind observations, the existence of a non-conservative force results, parallel and south to the jet-stream. This force can be regarded as the immediate cause of the cut-off. An explanation of the force is not attempted.

Einleitung

Den Anlaß zu der folgenden Untersuchung gab eine scheinbar sehr spezielle Frage. Es ist die Frage nach der Entstehung des sogenannten *Tropopausen-Trichters*. In jeder hochreichenden Zyklone findet man jene Massen, die ihrer potentiellen Temperatur nach der oberen Troposphäre angehören, die aber dabei so stabil geschichtet sind, daß man sie oft zur Stratosphäre rechnen möchte. Als die Messungen aus der hohen Atmosphäre noch spärlich waren, hat man ihre Untergrenze oft als trichterförmige Einsenkung der Tropopause aufgefaßt. Bei genügend dichten Beobachtungen zeigt sich aber, daß die Begrenzung nie von dieser einfachen Form ist und daß die Massen des »Trichters« immer minde-

stens auf einer Seite stetig in die umgebende Troposphäre übergehen. Trotzdem wollen wir an der Bezeichnung Trichter festhalten.

Daß man derartige Massen immer nur in Höhenzyklonen findet, ist kein Zufall, sondern einfach eine Folge des Gradientwind-Gleichgewichts. Dort, wo die vertikale Schichtung stabiler ist als in der horizontalen Umgebung, muß im Gleichgewicht ein relatives (oder absolutes) Maximum an zyklonaler Rotation gegenüber den darunter und darüber liegenden Schichten vorhanden sein. Da dieser Zusammenhang gegenseitig ist, gehören Tropopausen-Trichter und Höhenzyklone untrennbar zusammen.

Damit ist aber noch nicht alles gesagt. Vielmehr ist es oft so, daß auf den Massen des Tropopausen-Trichters allein die Existenz der ganzen Zyklone beruht. Denn sie allein besitzen den gegenüber der horizontalen Umgebung überhöhten potentiellen Wirbelwert, ohne den, wie der Verfasser (KLEINSCHMIDT, 1950) gezeigt hat, keine Zyklone existieren

¹ Die Arbeit wurde 1952 anlässlich eines halbjährigen Aufenthalts am Meteorologischen Institut der Universität Stockholm begonnen und im Max Planck-Institut für Strömungsforschung fortgesetzt. Sie wurde von der Math.-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Göttingen als Habilitationsschrift angenommen.

kann. Im Tropopausen-Trichter erreicht der potentielle Wirbelwert manchmal das 8-fache von dem der umgebenden Troposphäre. In den höheren und tieferen Schichten herrschen dagegen im allgemeinen nur geringe oder gar keine Gegensätze.

Daraus folgt, daß das Problem der Höhen-Zyklogense im Wesentlichen in der Erzeugung jenes hohen potentiellen Wirbelwerts liegt. Daß er schon vor der Zyklone vorhanden war, ist nicht möglich, jedenfalls nicht bei derselben Anordnung der Massen. Denn auch der Zusammenhang zwischen potentielltem Wirbelwert und Zyklone ist gegenseitig. Eine Zyklone verlangt einen überhöhten Wirbelwert, ein überhöhter Wirbelwert verlangt aber auch eine Zyklone. Folglich muß jene charakteristische Anordnung der potentiellen Wirbelwerte genau gleichzeitig mit der Zyklone entstanden sein.

Es ist sehr unwahrscheinlich, daß die Massen des Trichters ursprünglich den normalen troposphärischen Wirbelwert besessen haben. Nach dem Satz von ERTEL (1942) sind zu jeder Änderung des potentiellen Wirbelwerts entweder Wärme- und Kältequellen oder nicht-konservative, zusätzliche, d. h. nicht in der Eulerschen Gleichung enthaltene Kräfte erforderlich. Solche Kräfte sind die auf Reibung und Austausch beruhenden Kräfte. Nun sieht man aber in den Höhenwetterkarten die Zyklogen oft in kurzer Zeit entstehen. Wodurch man sich das Anwachsen des potentiellen Wirbelwerts auch hervorgerufen denkt, in jedem Fall müßten jene Einflüsse überaus stark sein, viel stärker, als man nach Theorie und Erfahrung anzunehmen geneigt ist.

Aus demselben Grund ist es unwahrscheinlich, daß der Tropopausen-Trichter ein abgesunkenes Stück Stratosphäre ist. Dann brauchte sich zwar der potentielle Wirbelwert nicht zu ändern. Da aber das Stück innerhalb der kurzen Zeit der Zyklogense absinken müßte, wäre eine abnorm starke Abkühlung erforderlich.

Die beste Erklärung für die Entstehung des Tropopausen-Trichters scheint zu sein, daß seine Massen aus der polaren Stratosphäre stammen, die nördlich des Westwindbandes beginnt. Dort liegen ausgedehnte Massen von etwa der richtigen potentiellen Temperatur und dem richtigen potentiellen Wirbelwert. Die Entstehung der Höhenzyklonen hätte man sich dann so vorzustellen, daß eine Teilmasse

aus den unteren Schichten der polaren Stratosphäre herausgelöst und in die Westdrift oder auf deren Südseite versetzt wird. Für die Richtigkeit dieser Annahme spricht, daß die Höhenzyklonen fast stets im Bereich des Westwindbandes als cut-off-Zyklonen entstehen. Allerdings kann man sich nur schwer vorstellen wodurch die Abtrennung der Teilmasse bewirkt werden soll. Wahrscheinlich sind auch hierzu erhebliche »zusätzliche« Kräfte erforderlich.

In jedem Fall ist die Entstehung eines Tropopausen-Trichters ein problematischer Vorgang, bei dem das im allgemeinen gültige Gesetz nahezu reibungslosen und adiabatischen Verhaltens in irgend einer Weise durchbrochen zu sein scheint.

Um hier wenigstens in einem Einzelfall Klarheit zu gewinnen, wurde eine Zyklone ausgewählt, die im entwickelten Zustand einen gut ausgeprägten Tropopausen-Trichter besaß, und deren Bildung sich innerhalb kurzer Zeit über Nordamerika, also einem gut mit Radiosonden versehenen Gebiet abspielte. Wenn überhaupt, so müßte in einem solchen Fall eine Antwort auf die angeschnittenen Fragen zu erhalten sein.

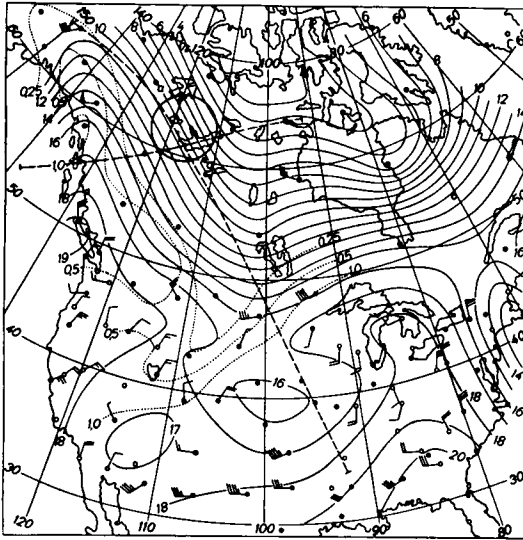
Die Zyklone vom 7. April 1951

Die Karten 1—4 zeigen das Höhenstromfeld in 12-stündigem Abstand. Sie umfassen den Zeitraum vom 6. April 03^h GMT (Zeit 1) bis zum 7. April 15^h GMT (Zeit 4). Das Westwindband hatte seit 4—5 Tagen ziemlich unverändert über Kanada gelegen, bis es plötzlich begann, sich nach Süden auszubuchten. Aus der Spitze des immer schärfer werdenden Trogs entwickelte sich die neue Höhenzyklone.

Die Karten geben das Stromfeld in der isentropen Fläche $\vartheta = 35^\circ$. Sie liegt auf der polaren Seite des Westwindbandes in etwa 9, auf der subtropischen Seite in etwa 5 km Höhe. Die Darstellung in Isentropenkarten wurde statt der üblichen in Isobarkarten gewählt, weil mit starken vertikalen Versetzungen zu rechnen ist. Wenn auch vielleicht Wärmequellen vorhanden sind, so sind doch die Luftteilchen vermutlich immer noch eher an die isentropen als an die isobaren Flächen gebunden.

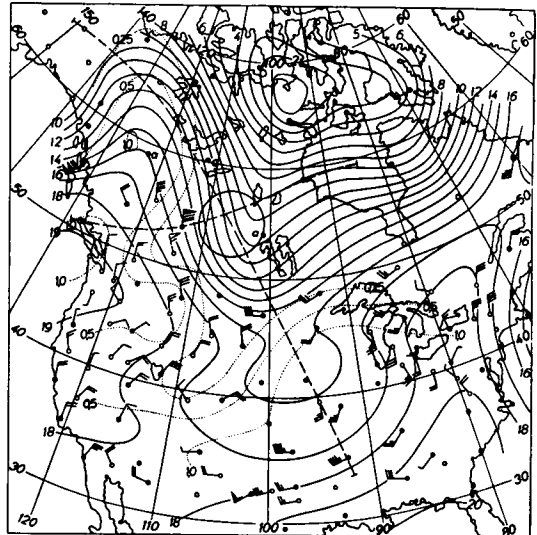
In die Karten sind außer den gemessenen Winden die Linien $\Psi = \text{const}$ eingetragen, wo

$$\Psi \equiv c_p T + \Phi$$



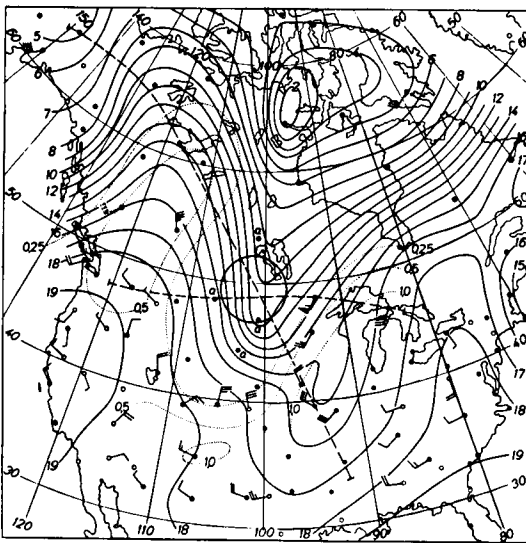
Karte 1

Zeit 1



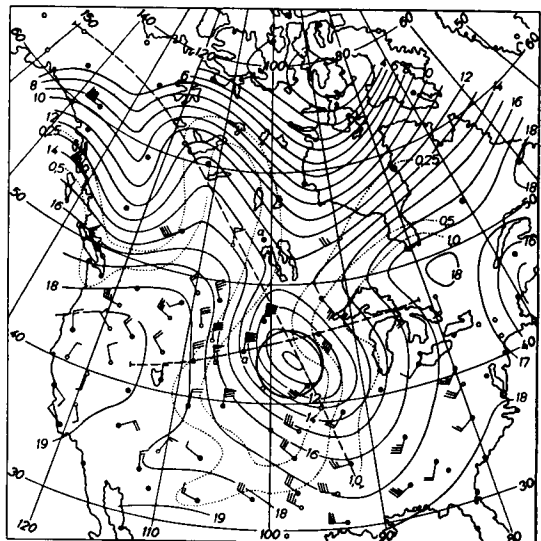
Karte 2

Zeit 2



Karte 3

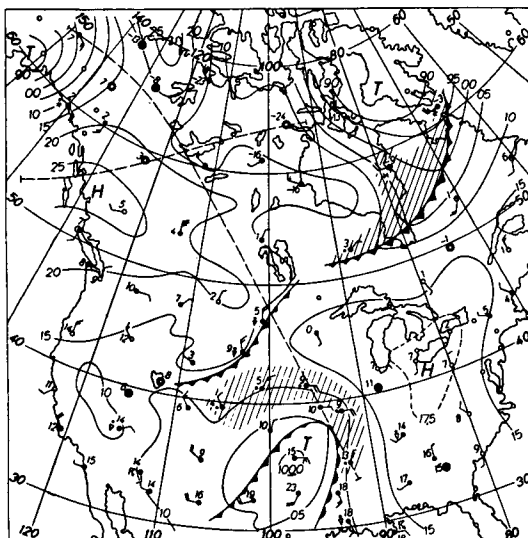
Zeit 3



Karte 4

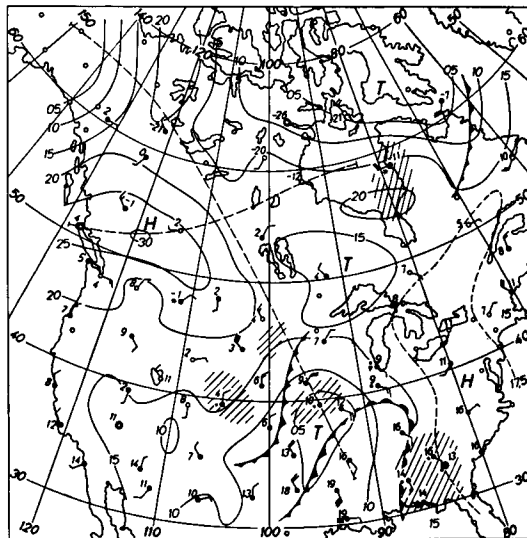
Zeit 4

Karten 1—4: Isentropenkarten für die Fläche $\theta = 35^\circ$. Ausgezogen: Linien $\theta = \text{const}$. Gestrichelt: Spurlinien der Vertikalschnitte. Punktiert: Linien gleicher spez. Feuchte.



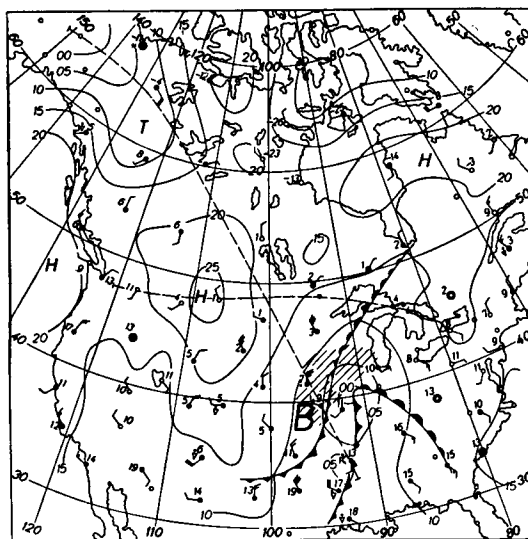
Karte 5

Zeit 1



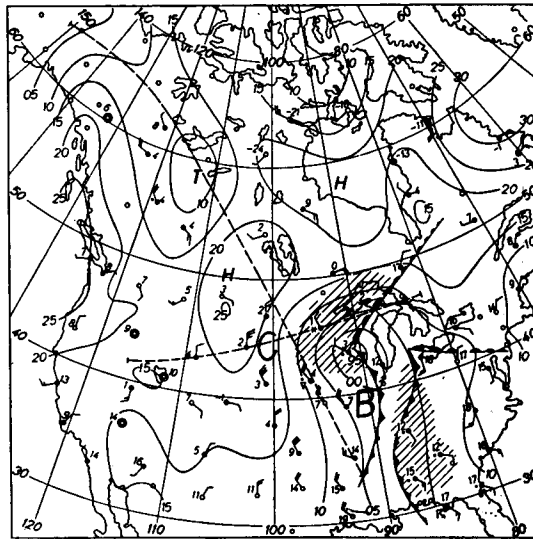
Karte 6

Zeit 2



Karte 7

Zeit 3



Karte 8

Zeit 4

Karten 5—8: Bodenwetterkarten. Gestrichelt: Spurlinien der Vertikalschnitte.

die auf die Masseneinheit bezogene Summe aus Enthalpie und Geopotential ist. Wie MONTGOMERY (1937) gezeigt hat, spielt Ψ auf den isentropen Flächen eine ähnliche Rolle wie Φ auf den isobaren. Die Linien $\Psi = \text{const}$ sind Stromlinien des geostrophischen Windes. Seine Geschwindigkeit beträgt

$$v_g = \frac{|\text{Grad } \Psi|}{f},$$

wo f der Coriolisparameter und Grad der in den Isentropenkarten gebildete Gradient ist. Der Wert von Ψ wurde für die schwarz ausgefüllten Stationen berechnet, und danach die Linien von 400 zu 400 $\text{m}^2\text{sec}^{-2}$ gezeichnet. Die Linien sind laufend numeriert, die Linie Null entspricht dem niedrigsten auf den Karten erreichten Wert von Ψ .

Die Karten 5—8 sind die Bodenwetterkarten für die Zeiten 1—4. Sie zeigen anfangs eine schwache Zyklone mit breiter Warmluftzunge, die langsam von Texas nach NE zieht und dabei allmählich erlischt. Gleichzeitig dringt von NW eine instabil geschichtete kühlere Luftmasse vor. An ihrer Vordergrenze entwickelt sich von Zeit 2 an ein Gebiet kräftiger Niederschläge und eine stark zyklonale Bodenströmung. Es scheint, daß es sich hierbei um den Vorgang handelt, den der Verfasser (KLEINSCHMIDT, 1950) beschrieben hat, nämlich um die Erhöhung des potentiellen Wirbelwerts in Bodennähe durch die freiwerdende Kondensationswärme. Daß diese Vermutung richtig ist, bestätigt der vertikale Aufbau der neuen Zyklone.

Den Aufbau der Zyklone zur Zeit 4 zeigen die beiden Vertikalschnitte 4 und 8. Sie schneiden sich ungefähr rechtwinklig längs der Achse der Höhenzyklone. Ihre Spurlinien sind in den Karten 4 und 8 gestrichelt eingetragen. Die auffallendste Erscheinung in den beiden Schnitten ist die Masse A, der Tropopausen-Trichter. Aus den Windmessungen in der 35° -Fläche ergibt sich in seinem Innern eine maximale Rotation von $17 \cdot 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$, bei einem f von $10 \cdot 10^{-5}$ also eine Absolutrotation von $27 \cdot 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$. Da die Stabilität im Kern der Masse etwa doppelt so groß ist wie in der Umgebung, so erreicht hier der potentielle Wirbelwert das 5—6 fache des Außenwerts.

Der von dem Regengebiet erzeugte hohe potentielle Wirbelwert müßte in Bodennähe

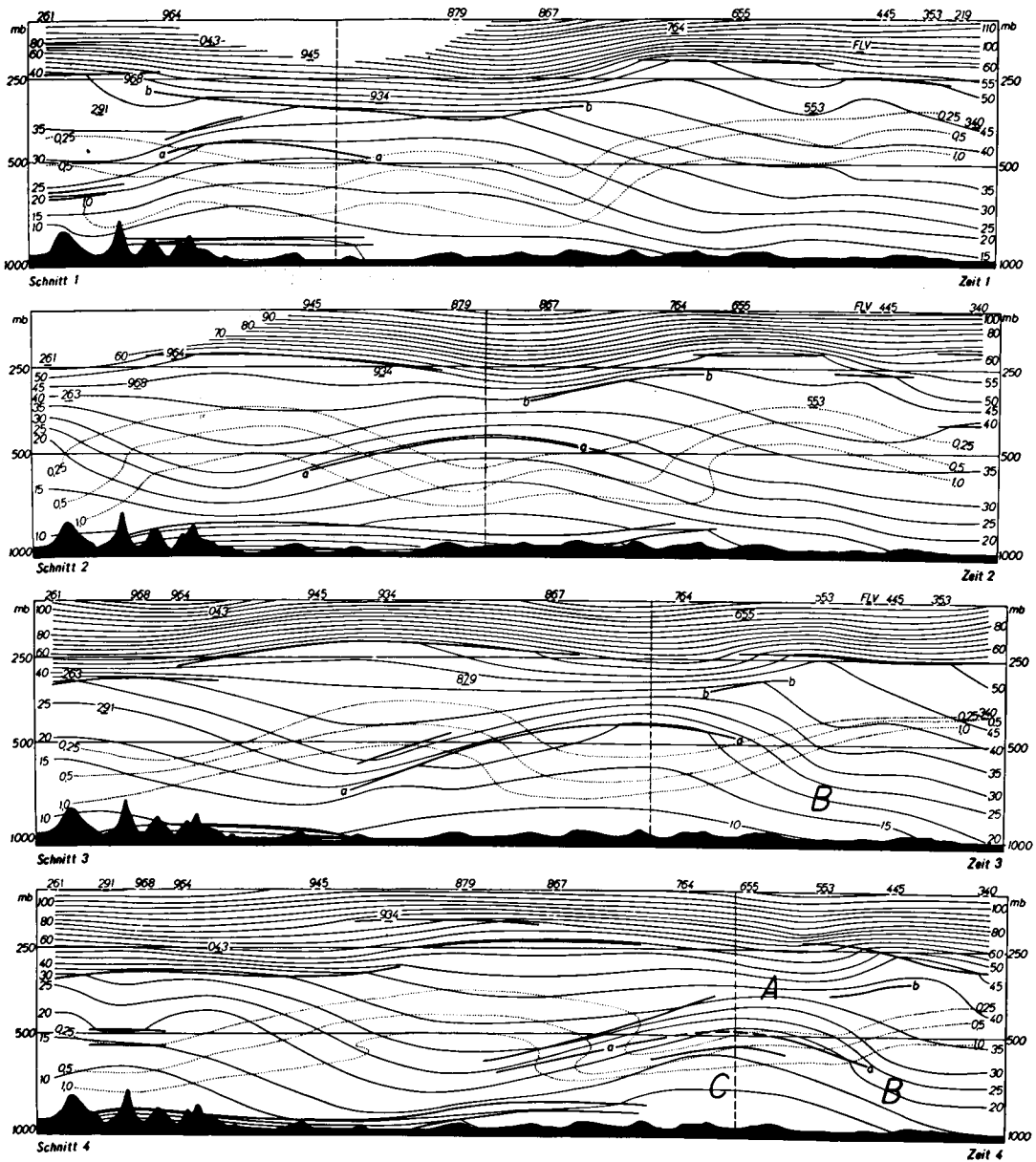
und etwa dort zu finden sein, wo in den Karten 7 und 8 der Buchstabe B eingetragen ist. Tatsächlich ist er auch in den Radiosonden von Omaha, Zeit 3 (553 in Schnitt 3) und von Columbia, Zeit 4 (445 in Schnitt 4) an der stabilen Schichtung zwischen 15° - und 30° -Fläche deutlich zu erkennen.

Auch die weitere Entwicklung spricht dafür, daß die zyklonale Rotation in Bodennähe durch die Kondensation hervorgerufen wurde. In den 24 Stunden nach Zeit 4 löst sich das Niederschlagsgebiet völlig auf. Sofort zerfällt auch die Bodenzyklone, obwohl sich die zyklonale Rotation in der Höhe noch verstärkt. Sowie die Produktion neuer Massen mit überhöhtem potentiellen Wirbelwert aufhört, gleicht die Reibung am Erdboden die bestehenden Unterschiede rasch aus.

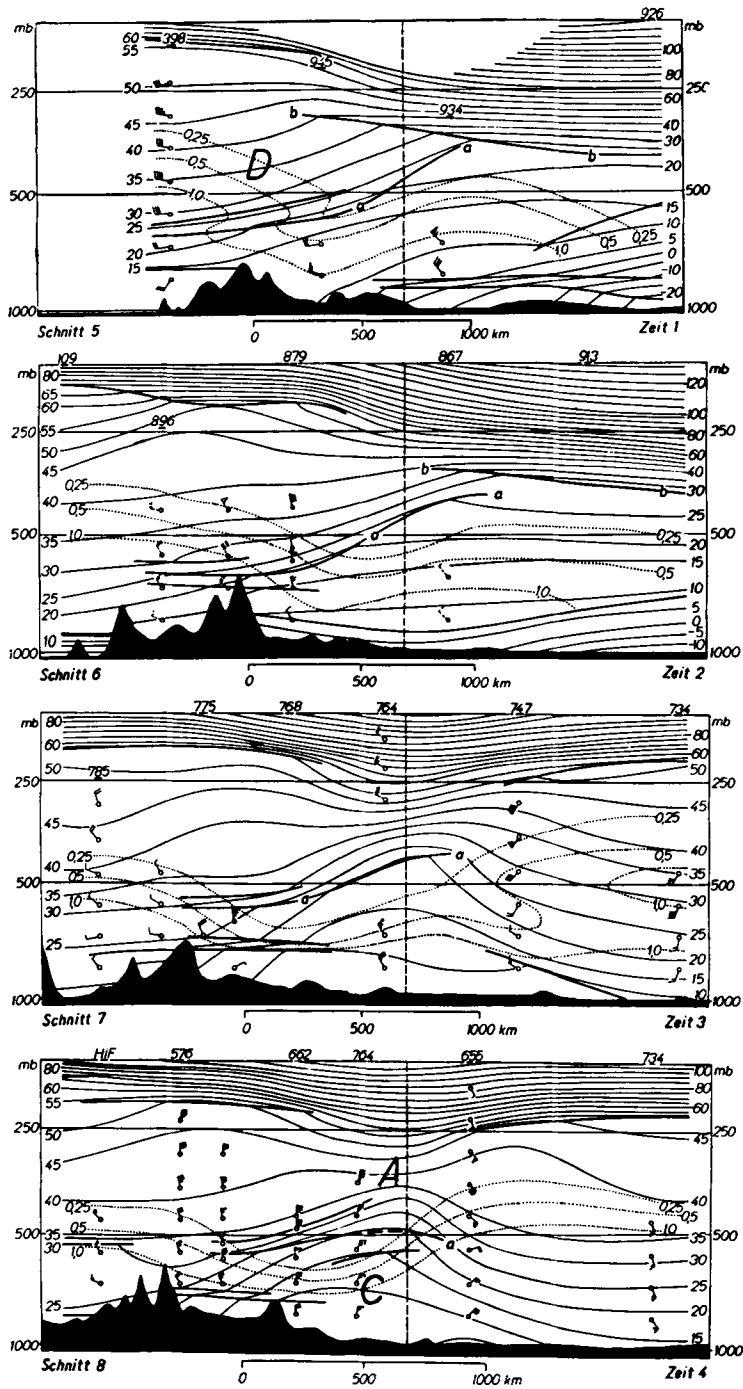
Auf dem hohen potentiellen Wirbelwert der Massen A und B beruht zur Zeit 4 die Zyklone in ihrer Gesamtheit. Die obere Masse liegt dabei weiter nordwestlich als die untere. Dem entspricht auch der Verlauf der Zyklonenachse. Oberhalb der 500 mb-Fläche steht sie, wie die Topographien der höheren Druckflächen zeigen, nahezu senkrecht. Unterhalb verläuft sie schräg bis ins Zentrum der Bodenzyklone.

Unmittelbar unter der Masse A liegt ein Berg potentiell kalter Luft (C in Schnitt 4 und 8). Diese Luftmasse gehörte noch 24 Stunden vorher zu der polaren bodennahen Kaltluft, die damals den größten Teil Kanadas bedeckte. Sie wurde mit der Nordströmung, die das neue Kondensationsgebiet auf seiner Westseite hervorrief, nach Süden befördert. Zur Zeit 4 hängt die Masse vielleicht noch über dem Winnipeg-See mit der Muttermasse zusammen 12 Stunden später ist die Verbindung sicherlich gelöst.

Daß die Masse C einen Berg bildet und nicht auseinanderfließt, verdankt sie allein der Masse A. Eine Luftmasse mit übernormalem potentiellen Wirbelwert hebt im Gradientwindgleichgewicht die unter ihr liegenden Schichten an. Wahrscheinlich hat dieser Effekt auch die Niederschläge an der Kaltfront ausgelöst, die dann zur Bildung der Masse B führten. Wenn sich eine Luftmasse wie die Masse A relativ zu den tieferen Schichten bewegt, so treten Niederschläge immer unter ihrer Vorderseite auf, in der Richtung der Relativbewegung gesehen. Hier werden die unteren Massen angehoben, auf der Rückseite sinken



Vertikalschnitte 1—8: Dünn ausgezogen: isentrope Linien. Dick ausgezogen: Unstetigkeitsflächen in grad θ . Punktiert: Linien gleicher spezifischer Feuchte. Vertikale gestrichelte Linien: Schnittlinien mit jeweils dem umseitigen Vertikalschnitt.



sie wieder abwärts. So gesehen, ist das Niederschlagsgebiet, und folglich auch die Bodenzyklone, eine sekundäre Erscheinung, hervorgerufen durch das Herannahen der Masse A.

Ebenso, wie die Masse A die unter ihr liegenden Schichten anhebt, zieht sie die über ihr liegenden herab. Das zeigt sich in der (schwachen) Einsenkung der isentropen Flächen oberhalb von A. Wenn man den potentiellen Wirbelwert dieser hohen Schichten berechnet – wobei man in Ermangelung von Windmessungen auf den Gradientwind angewiesen ist, den man aus der Topographie der 200 mb-Fläche bestimmt –, so zeigt sich, daß er innerhalb der Zyklone etwa ebenso groß ist wie außerhalb, soweit sich das bei der großen Unsicherheit in jenen Topographien sagen läßt. Das läßt vermuten, daß bei unserer Zyklonogenese in der Stratosphäre keine wesentlichen Wärmequellen und auch keine zusätzlichen Kräfte wirksam waren, daß die zyklonale Rotation hier oben allein durch die von der Masse A bewirkte vertikale Streckung entstanden ist.

Die Herkunft der Masse A

Es gilt, die Masse A rückwärts zu verfolgen. Da hohe Windmessungen nur spärlich vorhanden sind, muß der geostrophische Wind den ersten Anhalt für die Bahn der Masse liefern. Schnitt 4 wurde so gelegt, dass er die Bahn zwischen Zeit 1 und Zeit 4 enthält, falls die Masse in dieser Zeit sich adiabatisch verhalten hat und mit dem geostrophischen Wind gezogen ist. Die Schnitte 1–3, jeweils für die gleichnamige Zeit gültig, liegen längs derselben Spur. Jeder von ihnen müßte bei adiabatischem Verhalten und geostrophischer Versetzung die Masse A enthalten.

Da die Spur dieser »Längsschnitte« im allgemeinen nicht durch die Radiosondestellen geht, wurden für jeden Längsschnitt zuerst 8 querverlaufende Schnitte entworfen und diesen die Daten für den Längsschnitt entnommen. Auf diese Weise wurden sämtliche in einem breiten Streifen rechts und links der Bahn liegenden Beobachtungen verwertet. Von den »Querschnitten« ist in den Schnitten 5–8 jeweils derjenige wiedergegeben, in dessen Nähe die Masse bei geostrophischer Versetzung liegen müßte. Die Spurlinien sämtlicher Schnitte sind in den zeitlich entsprechenden Karten eingetragen.

Das *Ergebnis*: Zur Zeit 3 ist die Masse in Längs- wie im Querschnitt deutlich zu erkennen. Aber schon 12 Stunden weiter zurück wird ihre Lage in der Querrichtung unsicher. Im Schnitt 6 erscheint rechts die tiefe polare Stratosphäre. Eine klare Trennung zwischen ihr und der Masse A ist nicht mehr möglich.

Damit wird die Lage kritisch. Denn man kommt natürlich zu ganz verschiedenen Ergebnissen, je nachdem man den Standort der Masse im Schnitt 6 ein wenig mehr rechts oder links annimmt. Wenn die Zugrichtung zwischen Zeit 2 und Zeit 3 nur um 20° von der geostrophischen Windrichtung nach rechts abwich, so gehörte die Masse zur Zeit 2, immer adiabatisches Verhalten vorausgesetzt, schon völlig der polaren Stratosphäre an. Die nächstgelegenen Höhenwindmessungen sprechen für eine solche Abweichung, vor allem die Winde von Edmonton und Grande Prairie, in Karte 2 unmittelbar westlich des großen Kreises gelegen. Andererseits liegen diese Winde so weit entfernt vom Schwerpunkt der Masse, dass sie nicht unbedingt dessen Bewegung repräsentieren müssen.

Tatsächlich zeigt eine genauere Analyse, daß der Schwerpunkt doch annähernd dem Verlauf des Längsschnittes gefolgt ist. Die Masse A wird zur Zeit 3 nach unten durch eine scharfe Unstetigkeitsfläche begrenzt (Linien aa in Schnitt 3 und 7). Die 4 Radiosonden, die die Fläche belegen, sind in Karte 3 ebenfalls mit a bezeichnet. Nach Westen fällt die Fläche ab und geht in die Untergrenze einer stabilen Schicht von geringer vertikaler Mächtigkeit über. 12 Stunden früher, zur Zeit 2, ist dieselbe Fläche noch an 3 Punkten belegt (Stationen a in Karte 2). Am südlichsten (The Pas, 867) ist sie allerdings ziemlich diffus. Dafür zeigt dieser Aufstieg wesentlich höher, bei 327 mb, noch einen zweiten deutlichen Knick in der Temperaturkurve. Dieser Knick wurde als Schnittpunkt der tiefen polaren Tropopause (b in Schnitt 6) gedeutet. Daß diese Auffassung richtig ist, bestätigt sich weitere 12 Stunden vorher. Zur Zeit 1 springt die polare Tropopause als breiter Schirm nach S und SW vor (b in Schnitt 1 und 5), belegt von sämtlichen Stationen nördlich der punktierten Linien in Karte 1. Auch die Fläche a ist zu dieser Zeit noch an zwei Stationen vorhanden, sie hat aber anscheinend an Längsausdehnung verloren. Es zeigt sich also, daß die Masse A nicht von einheitli-

chem Ursprung ist. Der obere Teil ist stratosphärischer Herkunft, der untere gehörte zur Zeit 1 einer ziemlich stabilen troposphärischen Masse (D in Schnitt 5) an.

Weiter zurück haben sich, wie die früheren Radiosonden zeigen, die Luftmassen nicht mehr wesentlich verändert. Der vorspringende Schirm der polaren Tropopause wird stets in etwa derselben Höhe wiedergefunden. 24 Stunden vor Zeit 1 bedeckt er gerade Alaska. Um diese Zeit beginnt die stabile Masse D die Südküste Alaskas zu überschreiten. Ihre untere Begrenzung, zwischen 600 und 500 mb, ist gut ausgeprägt, ihre Vordergrenze dagegen ziemlich diffus, die Grenzfläche a ist als solche nicht mehr vorhanden. Sie hat sich wahrscheinlich erst kurz vor Zeit 1 gebildet.

Wenn noch ein Zweifel an der Richtigkeit des hier gezeichneten Bildes bestehen sollte, so wird er durch die Betrachtung des Feuchtefeldes behoben. In den Karten 1—4 sowie in allen Vertikalschnitten sind punktiert Linien konstanter spezifischer Feuchte q eingezeichnet, und zwar die Schnittlinien der Flächen $q = 1,0$, $q = 0,5$ und $q = 0,25$ gr/kg. Oberhalb der letzten dieser Flächen werden die Feuchtemessungen so spärlich, und außerdem so ungenau, daß sich hier kein sicheres Bild des Feuchtefeldes mehr entwerfen läßt. Doch ist das in unserem Fall auch nicht nötig. Wie aus den Schnitten zu erkennen, liegt jeweils zwischen der Fläche a und der Fläche $q = 0,25$ höchstens ein Abstand von 100 mb. Die polare Tropopause dagegen ist zur Zeit 1 und zu den früheren Zeiten durchweg mindestens 150 mb von jener Feuchtefläche entfernt. Es ist also ausgeschlossen, daß a etwa ein abgesunkenes Stück Tropopause ist.

Da die Fläche a zur Zeit 1 schräg auf die Tropopause stößt, muß der untere Teil der Masse A im Winkelraum zwischen beiden Flächen liegen. Er ist also wirklich ungefähr dem Längsschnitt gefolgt. Der Ort der oberen Teilmasse ist zwar nicht genau zu bestimmen, doch dürfte ihre Bahn nicht wesentlich von der der unteren abweichen.

In den Karten 1—4 sind die Standorte von A, wie sie sich aus den Schnitten ergeben, durch Kreise bezeichnet. Sehr genau ist die Ortsbestimmung natürlich nicht. Immerhin läßt sie erkennen, daß die Masse anfangs schneller (mit etwa 50 Knoten) gezogen ist als gegen Ende des Zeitraums (mit etwa 30 Knoten).

Wärme- und Kältequellen im Bereich der Masse A.

Nachdem nun die Bahn der Masse festliegt, gehen wir daran, ihr thermodynamisches und dynamisches Verhalten zu untersuchen. Ob in ihrem Bereich nennenswerte Wärmequellen liegen, läßt sich zwar im allgemeinen auch jetzt noch nicht feststellen. Nur an der Untergrenze bietet sich eine Möglichkeit. Soeben wurde schon erwähnt, daß sich die Fläche a innerhalb eines gewissen Abstandes von der obersten Feuchtefläche hält. Tatsächlich liegt dieser Abstand bei allen Radiosonden, die zwischen Zeit 1 und 3 die Fläche a in der Nähe ihres Scheitelpunkts durchstossen (es sind insgesamt 4), zwischen 70 und 90 mb. Das berechtigt zu der Annahme, daß die Fläche, mindestens in ihrem hochliegenden Teil, *massenfest* ist, so daß man aus den Änderungen der potentiellen Temperatur auf ihr Wärmezufuhr und -entzug berechnen kann.

Zur Zeit 1 sind es nur zwei Radiosonden, die die Fläche erfassen, die nördliche bei einer potentiellen Temperatur von 25° , die südliche bei einer solchen von 22° . Die drei Sonden von Zeit 2 melden dagegen alle 25 — 26° . Man kann daraus auf eine Erwärmung im ersten Zeitabschnitt schliessen, doch ist der Schluß nicht sehr überzeugend. Umso deutlicher ist die Abkühlung im nächsten Zeitintervall. Die zur Zeit 3 im Bereich der Masse A liegenden Stationen (3 an der Zahl) melden alle an der Fläche eine potentielle Temperatur von 20 — 21° . Die Fläche hat sich also um 5° potentiell abgekühlt. Dem entspricht nach der Formel

$$\Delta_p T = \frac{T}{\vartheta_{\text{abs}}} \Delta \vartheta$$

eine Temperaturabnahme bei konstantem Druck ($\Delta_p T$) von 4° .

Einen Grund für diese Abkühlung, an deren Realität nicht zu zweifeln ist, kann der Verfasser nicht angeben. Die langwellige Ausstrahlung führt, soweit bekannt, nicht zu derart hohen Werten. Wolken, die als Ausstrahlungsflächen dienen könnten, sind bei der geringen Feuchte nicht vorhanden. Über Dunstobergrenzen ist nichts bekannt. Bestimmt man aus der vertikalen Feuchteverteilung im Bereich der Masse A nach dem von ELSASSER (1942) berechneten Diagramm die langwelligen Strahlungsströme, so erhält man für $\Delta_p T$ Werte von

der Größenordnung eines Grades in 12 Stunden, also nur den 4. Teil des beobachteten Wertes.

Im oberen Teil der Masse ist es nicht möglich etwa vorhandene Wärmequellen zu erkennen. Es fällt nur auf, daß sich der Schirm der polaren Tropopause zwischen Zeit 1 und Zeit 2 nördlich und westlich der Masse auflöst, während im Süden noch bis Zeit 4 Reste von ihm zu erkennen sind. Das kann, da die Tropopause ein relatives Temperaturminimum ist, eine Erwärmung bedeuten. Es kann aber auch auf verschieden starker vertikaler Streckung der darüber und darunter liegenden Massen beruhen. Im Innern von A verschwindet die Fläche b hauptsächlich infolge der Abkühlung an der Fläche a.

Was zwischen Zeit 3 und 4 im Temperaturfeld der Masse A erfolgt, kann man als Alterung deuten. An der Untergrenze setzt wieder eine leichte Erwärmung ein. Dadurch wird die Fläche a ziemlich verwischt, es entsteht eine tiefer liegende, aber auch nicht viel deutlichere Grenzfläche. Es ist vielleicht bemerkenswert, daß das Temperaturfeld der Höhenzyklone zu der Zeit am schärfsten ausgeprägt ist, da die Zyklone gerade erst als selbständiges Gebilde zu existieren beginnt.

Zusätzliche Kräfte im Bereich der Masse A

Zur Zeit 1 lag die Masse A mitten in der NW-Strömung, besaß also vermutlich im Mittel nur eine geringe relative Rotation. Zur Zeit 4 betrug, wie schon erwähnt, die Absolutrotation im Kern $27 \cdot 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$. Ihre Zunahme auf etwa das Dreifache ist ohne die Mitwirkung eines zusätzlichen Kraftfeldes nur möglich, wenn sich die Masse in vertikaler Richtung auf das dreifache Druckintervall streckt. Das ist sicher nicht der Fall. Die Untergrenze ist die Fläche a, als Obergrenze kann man, ohne sehr fehl zu gehen, ständig dieselbe isentrope Fläche, z. B. $\theta = 60^\circ$, wählen. Denn bei der hohen Stabilität der Stratosphäre verschiebt auch eine Erwärmung um mehrere Grad die isentropen Flächen nicht sehr im Massenfeld. Aus den Vertikalschnitten entnimmt man, daß Unter- und Obergrenze ständig etwa im selben Abstand liegen. Es müssen also zusätzliche Kräfte vorhanden sein.

Exakt dargestellt wird dieser Zusammenhang durch die vorticity-Gleichung. Wir benutzen sie in der Form

Tellus VII (1955), 1

$$\frac{d}{dt}(f + \text{Rot } \mathbf{v}) = -(f + \text{Rot } \mathbf{v}) \text{ Div } \mathbf{v} + \text{Rot } \mathbf{E}.$$

Rot ist die vertikale Komponente der Rotation, Div die horizontale Divergenz, $\mathbf{E}$ die Summe der eingepägten Kräfte.

Die Gleichung gilt auch, wenn man die Operatoren Rot und Div auf die Felder einer Isentropen-Karte anwendet. Ja, sie gilt hier sogar eher als bei der normalen Anwendung, wo Rot und Div aus den Werten der Horizontalen bestimmt werden. Denn hierbei treten, wenn die horizontale flüssige Fläche nicht ständig horizontal bleibt, zusätzliche Glieder in der vorticity-Gleichung auf, die bei starken vertikalen Windgradienten erhebliche Beträge erreichen können. Von diesen »Kippgliedern« bleibt man frei, wenn man Winde und Kräfte in den Punkten einer massenfesten (flüssigen) Fläche vertikal projiziert und die vorticity-Gleichung auf die Projektionen anwendet. Denn für die projizierten Felder gelten dieselben Gesetze wie für die 2-dimensionale Strömung in einer Ebene, und in einer ebenen Strömung gilt obige Gleichung streng. Die Isentropenkarten sind also, vorausgesetzt, daß die isentropen Flächen massenfest sind, besonders geeignet für die Anwendung der vorticity-Gleichung.

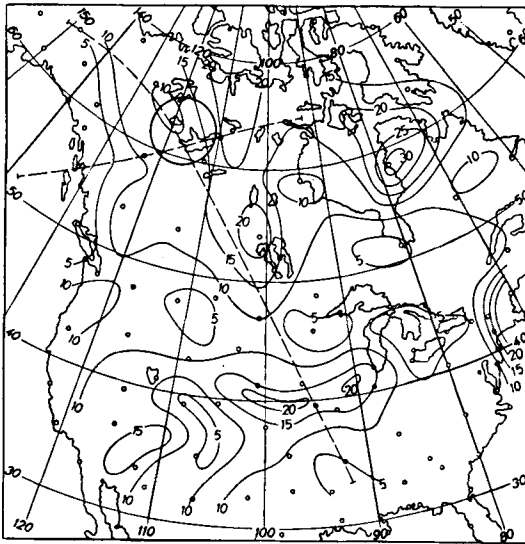
Ein weiterer Vorteil ist dabei, daß in dem Glied $\text{Rot } \mathbf{E}$ der Anteil der Druckgradientkraft verschwindet. Denn ihre horizontale Komponente hat bei der Darstellung in Isentropen-Karten ein Potential in Gestalt der Größe Ψ . Ein von Null verschiedener Wert von $\text{Rot } \mathbf{E}$ kommt also ganz auf das Konto von zusätzlichen Kräften.

Wie immer, muß man zur numerischen Rechnung auf den geostrophischen Wind zurückgreifen. Aus den Isentropen-Karten läßt sich $\text{Rot } \mathbf{v}_g$ (isentrop) auf ähnliche Weise gewinnen wie $\text{Rot } \mathbf{v}_g$ (horizontal) aus den Isobar-Karten. Man hat nur in der bekannten Gleichung Φ durch Ψ zu ersetzen, d. h. es ist

$$\text{Rot } \mathbf{v}_g = \frac{\Delta \Psi}{f}.$$

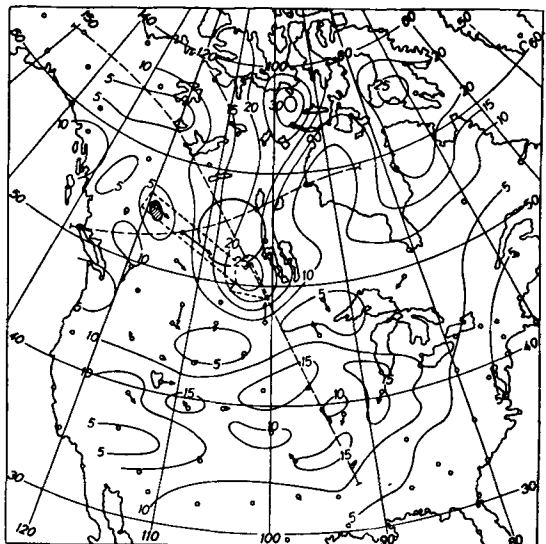
Infolgedessen konnte die Berechnung nach demselben Verfahren erfolgen, das BOLIN und CHARNEY (1951) bei Isobar-Karten angewandt haben. Bezüglich der Einzelheiten des Verfahrens sei auf diese Arbeit verwiesen.

Das Ergebnis ist in den Karten 9—12 darge-



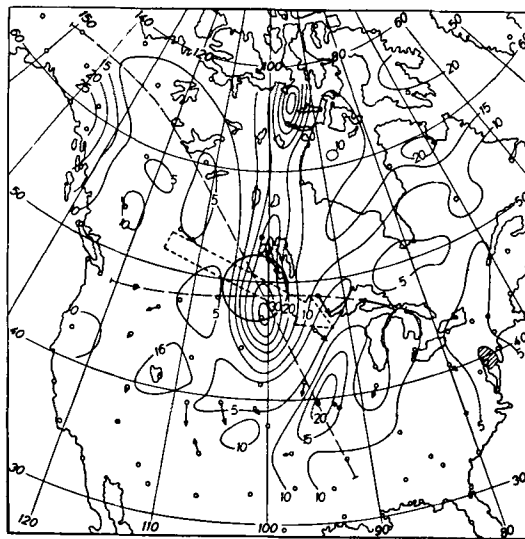
Karte 9

Zeit 1



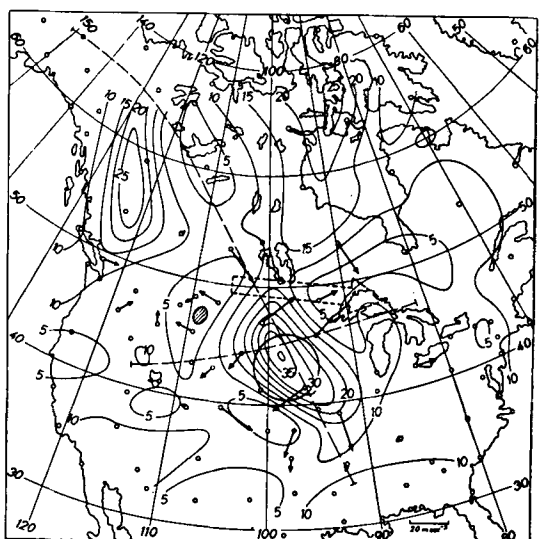
Karte 10

Zeit 2



Karte 11

Zeit 3



Karte 12

Zeit 4

Karten 9—12: Isentropenkarten der geostrophischen Absolutrotation für die 35° -Fläche, Angaben in 10^{-5} sec^{-1} . Gestrichelt: Spurlinien der Vertikalschnitte. Schraffiert: Gebiete mit negativer Absolutrotation. Über die Pfeile siehe Text.

stellt. Sie geben die Absolutrotation $f + \text{Rot } \mathbf{v}_g$ auf der 35° -Fläche.

Die geostrophische Absolutrotation weicht oft erheblich von der des wahren Windes ab. Bei starker Krümmung, besonders im Innern von Zyklonen, kommt man dem wahren Wert sicher näher, wenn man statt des geostrophischen den Gradientwind benützt. Zwischen der Absolutrotation des Gradientwinds $\mathbf{v}_i$ und der des geostrophischen Windes $\mathbf{v}_g$ besteht, wie im Anhang bewiesen wird, folgende Beziehung

$$f + \text{Rot } \mathbf{v}_i = \frac{2fv_g + rf(f + \text{Rot } \mathbf{v}_g)}{\pm \sqrt{r^2 f^2 + 4rfv_g}}.$$

In dieser Formel bedeutet r den Krümmungsradius der Ψ -Linie, bei zyklonaler Krümmung positiv, bei antizyklonaler negativ gerechnet. Das Vorzeichen der Wurzel ist jeweils dasselbe wie das von r .

Der Unterschied zwischen den beiden Absolutrotationen ist am größten im Zentrum einer Zyklone. Setzt man hier

$$f + \text{Rot } \mathbf{v}_g = n \cdot f,$$

wo n eine Zahl > 1 , so ist

$$f + \text{Rot } \mathbf{v}_i = \sqrt{2n - 1} \cdot f.$$

Das bedeutet z. B., daß dem Maximum der geostrophischen Absolutrotation in Karte 12, das etwas über $40 \cdot 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$ beträgt, eine Absolutrotation des Gradientwinds von nur $27 \cdot 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$ entspricht, ein Wert, der zufällig genau mit dem oben angegebenen, aus den Höhenwinden berechneten Wert übereinstimmt.

Reduziert man auch die Angaben der anderen Karten nach obiger Gleichung, so werden die Maxima in den Karten 10 und 11 (28 und $37 \cdot 10^{-5}$) ebenfalls stark abgeschwächt und außerdem gegen das Zentrum der Kreise verschoben. Bei Karte 9 ändert sich dagegen in der Nähe des Kreises fast nichts. Für die 4 Zeiten erhält man als ungefähre Absolutrotation im Kern der Masse A die in der ersten Zeile der Tabelle stehenden Werte.

Tabelle

Zeit	1	2	3	4	
$f + \text{Rot } \mathbf{v}$	10	17	28	27	10^{-5} sec^{-1}
D	190	190	160	200 bis 250	mb
Rot E	+ 16	+ 35	- 16 bis - 30		$10^{-10} \text{ sec}^{-2}$

Tellus VII (1955), 1

Sehr genau sind die Werte nicht, schon deswegen, weil ja auch der Gradientwind vom wahren Wind noch abzuweichen pflegt.

Div $\mathbf{v}$ berechnen wir aus der Änderung der Druckdifferenz D zwischen Ober- und Untergrenze von A. Es ist näherungsweise¹

$$\text{Div } \mathbf{v} = -\frac{1}{D} \frac{dD}{dt}.$$

Als Obergrenze wählen wir, wie gesagt, die 60° -Fläche, als Untergrenze die Fläche a. Gemessen wird D im Mittelpunkt der Kreise. Die gefundenen Werte stehen in der zweiten Zeile der Tabelle. Zur Zeit 4 ist die Lage der flüssigen Fläche a zweifelhaft. Deswegen sind 2 Grenzen angegeben, zwischen denen der wahre Wert vermutlich liegt.

Setzt man Div $\mathbf{v}$ in die vorticity-Gleichung ein, bildet das Zeitintegral und ersetzt die Integranden durch die jeweiligen Mittelwerte, so erhält man für das mittlere Rot E in den 3 Zeitabschnitten die in der 3. Zeile angegebenen Werte. Die beiden Zahlen im letzten Zeitabschnitt entsprechen den beiden Werten von D zur Zeit 4.

Wenn die angegebenen Zahlen richtig sind, so hat sich folgendes abgespielt: Zwischen Zeit 1 und Zeit 3 hat die Masse A durch ein zusätzliches Kraftfeld ein zyklonales Drehmoment erfahren. Ein solches Drehmoment läßt an sich eine Luftmasse horizontal divergieren. Im ersten Zeitabschnitt tritt aber keine Divergenz ein, offenbar weil die Masse zunehmend von subtropischer Luft umschlossen wird. Die Abnahme in der mittleren Stabilität der Umgebung verhindert eine Divergenz. Erst im zweiten Zeitabschnitt, wo das Drehmoment verdoppelt ist, divergiert die Luftmasse etwas.

Mit Zeit 3 wird das Drehmoment plötzlich antizyklonal. Drehmoment und neue Umgebung wirken nun im gleichen Sinn. Die Masse konvergiert. Zufällig bleibt die Absolutrotation dabei annähernd erhalten.

Daß das Drehmoment gerade in dem Zeitpunkt, wo die Zyklone sich eben zu bilden beginnt, das Vorzeichen wechseln soll, mutet zunächst ziemlich unwahrscheinlich an. Es erfährt aber im folgenden eine gewisse Bestätigung.

Wenn von zusätzlichen Kräften derart starke

¹ Exakt gilt die Gleichung nur für isentrope Schichten infinitesimaler Dicke ($D \rightarrow 0$).

Drehmomente ausgeübt werden, so sollte man meinen, daß sich die Kräfte selbst durch Abweichungen des Windes vom geostrophischen Wind bemerkbar machen. Von diesem Gedanken ausgehend, wurde überall dort, wo Windmessungen vorlagen, diejenige Kraft bestimmt, die den horizontalen Komponenten von Corioliskraft und Druckkraft die Waage hält. Unter der Voraussetzung, daß die Luftbewegung unbeschleunigt ist, ist diese Kraft gleich der Summe der zusätzlichen Kräfte. Der einzelne, auf diese Weise gewonnene Kraftvektor ist im allgemeinen erheblich falsch, da die gesamte Beschleunigung des Luftteilchens oft von derselben Größenordnung ist wie die aus den Zusatzkräften herrührende. Wendet man aber das Verfahren auf alle Windmessungen eines großen Gebietes an, so kann man hoffen, großräumige Zusatzkraftfelder an einer Vorzugsrichtung der Vektoren zu erkennen.

In den Karten der Absolutrotation (9—12) sind als Pfeile die auf diese Weise gewonnenen »Zusatzkräfte« eingetragen. Rechts unten auf Karte 12 ist der Maßstab für ihre Stärke angegeben¹. Der erste Eindruck ist der, daß die Pfeile ganz unregelmäßig durcheinander laufen. Die meisten sind so klein, daß sie wohl im Wesentlichen auf der vernachlässigten Beschleunigung oder auf Fehlern in Grad Ψ beruhen. Eine Vorzugsrichtung bei größeren Beträgen kann man nur in den Karten 10 und 12 feststellen, und zwar längs der großen gestrichelten Pfeile. Zur Zeit 1 (Karte 9) liegen keine Windmessungen im Umkreis der Masse A. Auch zur Zeit 3 fehlen die Messungen in ihrer unmittelbaren Nähe, doch sprechen drei Pfeile in Karte 11 dafür, daß das Kraftfeld auch hier vorhanden ist und gerade etwa durch die Mitte der Masse A führt.

Größere Pfeile von stark wechselnder Richtung liegen noch zur Zeit 4 in der Südhälfte der Zyklone. Vermutlich beruhen sie nicht so sehr auf zusätzlichen Kräften, als auf besonders hohen Beschleunigungen. Denn wie man aus den Windpfeilen in Karte 4 sieht, läuft hier die Luft nicht gleichmäßig um den Zyklonenkern, sondern in ziemlich eckigen Bahnen.

Den großen gestrichelten Pfeilen würde man vielleicht keine Realität zubilligen, wenn sie nicht mit unserem obigen Ergebnis im Einklang wären. Das Vorzeichen der in der Tabelle

¹ Leider ist dabei durch ein Versehen der Faktor 10^{-4} vergessen worden.

stehenden Werte von Rot $\mathbf{E}$ entspricht genau der jeweiligen Lage des Kraftfeldes. Auch die Größenordnung stimmt. Der Pfeil an der Station Edmonton in Karte 2 – es ist die Station, deren Windmessung erst vermuten ließ, die Masse A käme mehr aus Norden – entspricht einer Beschleunigung von $19 \cdot 10^{-4} \text{ m sec}^{-2}$. Nimmt man an, daß das Kraftfeld linear nach NE abnimmt und auf der Gegenseite von A den Wert 0 erreicht, so folgt daraus ein Rot $\mathbf{E}$ von $24 \cdot 10^{-10} \text{ sec}^{-2}$, ein Wert, der gut mit den in der Tabelle stehenden übereinstimmt.

Noch ein Drittes spricht für die Existenz des Kraftfeldes. Das ist die Bahn der Masse. Wir hatten zwar gefunden, daß die Bahn dem geostrophischen Wind folgte. Das bedeutet, da die Bahnbeschleunigung nur gering ist, daß im Zentrum der Masse keinerlei zusätzliche Kräfte wirksam sind, im Gegensatz zu dem gestrichelten Pfeil in Karte 11. Man sieht aber, besonders aus den Karten 2 und 3, daß die Bestimmung der geostrophischen Bahn überaus unsicher ist, und daß ihre Übereinstimmung mit der wirklichen Bahn kaum den Schluß rechtfertigt, die Masse sei geostrophisch gezogen. Auf der andern Seite gewinnt man aus den Schnitten den deutlichen Eindruck, daß die Masse aus der allgemeinen Strömung nach rechts ausschert. Das ist aber mit unserem Kraftfeld gut zu vereinigen. Denn in einem zusätzlichen Kraftfeld werden die Massen nur kurze Zeit in Richtung des Feldes zusätzlich beschleunigt. Dann werden sie durch die Corioliskraft nach rechts abgelenkt und erhalten eine zusätzliche Geschwindigkeit quer zum Kraftfeld. Auf diese Weise wird eine Masse, die ursprünglich links vom Kraftfeld lag, auf die rechte Seite hinübergeschafft. Gerade das zeigen die Karten.

Um die vertikale Erstreckung des zusätzlichen Kraftfeldes kennenzulernen, wurden die »Zusatzkräfte« auch für die Höhenwinde der 700-, 500-, 400- und 300 mb-Fläche berechnet. Es ergab sich, daß das Kraftfeld zur Zeit 2 und 3 bis ins 700 mb-Niveau hinunterreichte, allerdings dort kaum noch zu erkennen war. In den Schnitten 6 und 7 sind diejenigen Winde schwarz ausgefüllt, an denen sich das Kraftfeld bemerkbar machte. Zur Zeit 4 war es noch bei 500 mb vorhanden, bei 700 mb dagegen nicht mehr. Nach oben war eine Begrenzung aus Mangel an Windmessungen nicht festzustellen.

Schluß

Der Nachweis starker zusätzlicher Kräfte bei kurzfristigen Vorgängen ist für unsere Vorstellung von der Dynamik der Atmosphäre so bedeutsam, daß man jedem derartigen Ergebnis mit großer Skepsis entgegentreten wird. Auch in unserem Fall wird man sich fragen, wie weit das Ergebnis reell und ob es nicht teilweise durch falsche Analyse vorgetäuscht ist. Leider läßt sich dazu nicht mehr sagen, als was schon gesagt wurde. Natürlich gibt es erhebliche Fehlerquellen. Die Bestimmung von $\text{Rot } \mathbf{v}$ ist sehr unsicher. Vielleicht verläuft auch die Bahn der Masse etwas anders. Eines erscheint aber sicher: ganz ohne zusätzliche Kräfte geht es nicht. Wenn man Konstanz des potentiellen Wirbelwerts verlangt, hätte die Masse anfangs weiter östlich liegen und ihre Bahn um 10 bis 20° vom geostrophischen Wind abweichen müssen. Das wäre aber wiederum nur unter Mitwirkung erheblicher zusätzlicher Kräfte möglich gewesen.

Weitere Sicherheit kann man nur auf *einem* Wege gewinnen. Man muß weitere Fälle analysieren. Mit einer größeren Anzahl Analysen könnte man wohl entscheiden, was an der Einzelanalyse richtig und was fraglich ist. Man würde erkennen, welche Erscheinungen für das Cut-off wesentlich sind und welche zufällig. Man denke hier z. B. an die Abkühlung an der Untergrenze der Masse. Man würde schließlich auf diese Weise ein wesentlich vollständigeres Bild des ganzen Vorgangs erhalten.

Zum Schluß erhebt sich natürlich noch die Frage nach der *Natur* des zusätzlichen Kraftfeldes. Wenn zusätzliche Kräfte in der Atmosphäre nachgewiesen werden, so pflegt man die Reibung und den Austausch dafür verantwortlich zu machen. Leider sind wir noch weit von einer gesicherten Theorie des Austauschs entfernt. Ähnliche Vorgänge wie die hier geschilderten haben zur Vorstellung des Gleitaaustausches geführt, der in den horizontalen oder genauer in den isentropen Flächen vor sich geht. Wählt man als Austauschgröße mit ROSSBY (1947) die Absolutrotation oder mit RAETHJEN (1949) das absolute Rotationsmoment, so treten, sowie der Gleitaaustausch in einem Gebiet einsetzt, an den Rändern des Gebiets zusätzliche Beschleunigungen auf.

Ob das zusätzliche Kraftfeld in unserem Fall auf derartigen Vorgängen beruht, läßt sich bei der Spärlichkeit der aerologischen Meldungen

nicht entscheiden. Wenn der Austausch in irgend einer Form die Ursache ist, muß an anderer Stelle ein Kraftfeld entgegengesetzter Richtung auftreten. Denn die durch den Austausch bewirkte Impulsänderung muß im Mittel über den ganzen Austauschbereich verschwinden. Ein solches Kraftfeld ist in unserem Fall nicht nachzuweisen. Es kann natürlich sein, daß der Impuls, den die Luft in unserem Kraftfeld erfährt, derart ausgedehnten Massen entzogen wird, daß der Entzug im Windfeld nicht bemerkt wird. Vielleicht kann man auch auf diese Fragen aus einer größeren Anzahl von Analysen eine Antwort erhalten.

ANHANG**Der Zusammenhang zwischen der Absolutrotation des geostrophischen Windes und der des Gradientwindes**

Zwischen den beiden Windstärken besteht die Beziehung

$$\frac{v_i^2}{r} + f v_i = f v_g, \quad (1)$$

wo r bei zyklonaler Krümmung positiv, bei antizyklonaler Krümmung negativ zu rechnen ist. Die Absolutrotation des Gradientwindes ist

$$f + \text{Rot } \mathbf{v}_i = f + \frac{v_i}{r} + \frac{\partial v_i}{\partial r}, \quad (2)$$

die des geostrophischen Windes

$$f + \text{Rot } \mathbf{v}_g = f + \frac{v_g}{r} + \frac{\partial v_g}{\partial r}. \quad (3)$$

Aus (1) folgt durch Differentiation nach r

$$\frac{\partial v_i}{\partial r} = - \frac{f v_i - f v_g - r f \frac{\partial v_g}{\partial r}}{2 v_i + r f}. \quad (4)$$

Setzt man dies in (2) ein, so ergibt sich mit Hilfe von (1)

$$\left. \begin{aligned} f + \text{Rot } \mathbf{v}_i &= \frac{3 f v_g + r f^2 + r f \frac{\partial v_g}{\partial r}}{2 v_i + r f} = \\ &= \frac{2 f v_g + r f (f + \text{Rot } \mathbf{v}_g)}{2 v_i + r f} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Um den Nenner zu bestimmen, hat man Gleichung (1) nach v_i aufzulösen. Der Gradientwind entspricht der Lösung

$$2v_i = -rf \pm \sqrt{r^2 f^2 + 4rfv_g}, \quad (6)$$

wo vor der Wurzel das positive Vorzeichen

bei zyklonaler, das negative bei antizyklonaler Krümmung gilt. Folglich ist

$$f + \text{Rot } \mathbf{v}_i = \frac{2fv_g + rf(f + \text{Rot } \mathbf{v}_g)}{\pm \sqrt{r^2 f^2 + 4rfv_g}}. \quad (7)$$

Das ist der gesuchte Zusammenhang.

LITERATUR

- BOLIN, B. and CHARNEY, J. G. (1951): Numerical tendency computations from the barotropic vorticity equation. *Tellus* 3, 248—257.
- ELSASSER, W. M. (1942): Heat transfer by infrared radiation in the atmosphere. *Harvard Meteorological Studies*, Nr. 6.
- ERTEL, H. (1942): Ein neuer hydrodynamischer Wirbelsatz. *Meteor. Z.*, 59, 277—281.
- KLEINSCHMIDT, E. (1950): Über Aufbau und Entstehung von Zyklonen, 1. und 2. Teil. *Meteor. Rundsch.* 3, 1—6 und 54—61.
- MONTGOMERY, R. B. (1937): A suggested method of representing gradient flow in isentropic surfaces. *Bull. Am. Met. Soc.*, 18, 210—212.
- RAETHJEN, P. (1949): Zyklonenetische Probleme. *Archiv f. Meteor., Geophysik u. Bioklimatologie*, Serie A, Band I, 295—346.
- ROSSBY, C.-G. (1947): On the distribution of angular velocity in gaseous envelopes . . ., *Bull. Am. Met. Soc.*, 28, 53—68.