

Die Konfiguration mittlerer Höhenströmungsfelder und ihre Ursachen

Von F. WIPPERMANN, Mainz

(Manuscript received 1 Feb. 1952)

Abstract

Some computations are presented in order to estimate the relative importance of different factors for the generation of the quasi-stationary perturbations in the westerlies, such as the effect of the large mountain barriers, the heat exchange with the surface of the earth and surface friction. For that purpose the vorticity advection of the mean field of motion has been computed. It is concluded that the three factors mentioned seem to be of the same order of magnitude.

Selbst über Jahreszeiten gemittelte Karten der Höhenströmung zeigen bekanntlich noch ausgeprägte Abweichungen von einer reinen Zonalzirkulation. So sind die betreffenden Winterkarten charakterisiert durch zwei markante Hochdruckrücken an der amerikanischen und europäischen Westküste, sowie zwei entsprechende grosse Tröge an der asiatischen und amerikanischen Ostküste. Ein dritter, weniger stark ausgeprägter Trog findet sich über dem europäischen Russland. Die Ursachen dieser Störungen können keineswegs als geklärt angesehen werden, vielmehr sind die einzelnen Meinungen zum Teil sehr widersprechend. So versucht man auf der einen Seite in einer orographisch-dynamischen Betrachtungsweise die Existenz dieser Störungen einer Wirkung der grossen Kettengebirge zuzuschreiben, die in ihrem Lee grossräumige horizontale Wellen auslösen. Errechnete Ergebnisse lassen sich mit den Beobachtungen in Einklang bringen. (CHARNEY, ELIASSEN 1949; BOLIN, 1951.) Demgegenüber glaubt man auf der anderen Seite die Ursache vornehmlich im thermischen

Einfluss suchen zu müssen, der sich (wie hier im stationären oder doch quasistationären Zustand) in der Baroklinität des Feldes ausweist. Wegen der mathematisch weitaus schwierigeren Behandlung des Problemes im baroklinen Fall ist man genötigt sich bei der sogenannten thermisch-synoptischen Betrachtungsweise auf qualitative Erklärungen (SUTCLIFFE, 1951) zu beschränken. Man vermag jedoch vom beiden Seiten Argumente für und gegen vorzubringen, die nicht übersehen werden dürfen.

Es erscheint aus diesem Grunde lohnend, die Ursachen für die quasistationären Störungen der Zonalzirkulation zu untersuchen und zu prüfen, in welchem Grössenverhältnis die einzelnen Einflüsse zu einander stehen.

Zu diesem Zwecke leiten wir uns eine Gleichung her, die die horizontale Advektion der auf den isobaren Flächen senkrecht stehenden Vorticity-Komponente (als Charakteristikum für die Anordnung des Strömungsfeldes) auf der einen Seite mit den verschiedenen Ein-

flüssen auf der andern Seite verbindet. Im x_p , y_p , p -System, einem rechtwinkligen Koordinatensystem, in welchem die x_p , y_p -Ebene mit den Flächen $p = \text{const}$ identisch ist, lautet die Vorticity-Gleichung:

$$\frac{d}{dt} (\zeta + f) = - (\zeta + f) \operatorname{div}_p \mathbf{v} - \mathbf{k} \left[\nabla w_p \times \frac{\partial}{\partial p} \mathbf{v} \right] + R \quad (1)$$

wobei w_p die Geschwindigkeit in Richtung der p -Koordinate ist, $\mathbf{v}$ den Geschwindigkeitsvektor auf den isobaren Flächen bedeutet, ζ die relative Vorticity, f den Coriolisparameter und R den Reibungsterm symbolisiert. Unter Vernachlässigung des 2. Termes der rechten Seite als klein gegenüber den andern, sowie für $\zeta \ll f$ folgt bei Verwendung der Kontinuitätsgleichung

$$\int_0^{p_0} \frac{d}{dt} (\zeta + f) dp = f \int_0^{p_0} \frac{\partial w_p}{\partial p} dp + \int_0^{p_0} R dp \quad (2)$$

Hieraus ergibt sich nach Ausführung der Integration durch Mittelbildung über den Bereich $p = p_0$ bis $p = 0$ der äquivalent-barotrope Betrag für die individuelle Änderung der auf den isobaren Flächen senkrecht stehenden absoluten Vorticity-Komponente:

$$\frac{d}{dt} (\zeta + f) = \frac{f}{p_0} w_{p_0} + \frac{1}{p_0} \int_0^{p_0} R dp \quad (3)$$

Wegen der Anwendung auf zeitlich gemittelte Karten können wir mit quasistationären Verhältnissen rechnen. Für solche erhält unter Überführung der Geschwindigkeit in Richtung der p -Koordinate in die (metrische) Vertikalgeschwindigkeit, sowie unter Verwendung des geostrophischen Windes $\mathbf{v}_g$ an Stelle des Windvektors auf isobaren Flächen $\mathbf{v}$, also mit

$$u_z = - \frac{g}{f} \frac{\partial h}{\partial y_p}, \quad v_z = \frac{g}{f} \frac{\partial h}{\partial x_p} \quad (4)$$

$$\zeta_z = \frac{g}{f} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x_p^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y_p^2} \right) = \frac{g}{f} \Delta_p h \quad (5)$$

Gl. (3) die Form

$$\frac{g}{f} \bar{J}_p \left(h, \frac{g}{f} \Delta_p h + f \right) = - \frac{f}{H} w_0 + \frac{1}{p_0} \int_0^{p_0} R dp - w_p \frac{\partial}{\partial p} (\zeta + f) \quad (6)$$

Hierin bedeuten J_p den Jacobi'schen und Δ_p den Laplace'schen Operator, jeweils auf Flächen $p = \text{const}$ geltend, h die Höhe der entsprechenden Druckfläche im metrischen System x, y, z , und H die Höhe der homogenen Atmosphäre.

Im G. (6) gibt der erste Term der rechten Seite den Einfluss der Topographie der Erdoberfläche wieder, da eine Vertikalgeschwindigkeit im Niveau $z = 0$ nur dann nicht verschwindet, wenn die Erdoberfläche als Begrenzungsfläche geneigt ist. Nach dem Ansatz von CHARNEY u. ELIASSEN (1) können wir für diesen Term auch schreiben

$$- \frac{f}{H} w_0 = - \frac{f}{H} (\mathbf{v} \cdot \nabla) z_E = \frac{g}{p_0} \mathbf{k} [\nabla z_E \times \nabla p] \quad (7)$$

worin $z_E(x, y)$ die Höhe der Erdoberfläche über dem Niveau $z = 0$ angibt. Der 2. Term der rechten Seite enthält die Reibungseinflüsse; die Kompliziertheit der verschiedenen möglichen Ansätze gestatten keine quantitative Erfassung. Um jedoch eine spätere überschlagsmäßige Abschätzung der Größenordnung zu ermöglichen, sei der sich durch seine Einfachheit auszeichnende, jedoch nur in der Bodenreibungsschicht geltende Ansatz nach Guldberg-Mohn verwandt. Es wird dann in Gl. (1)

$$R = - \mu \zeta + \mathbf{k} [\mathbf{v} \times \nabla_2 \mu] \quad (8)$$

worin μ die Guldberg-Mohn'sche Reibungskonstante bedeutet. Entsprechend heisst der 2. Term dann in Gl. (6):

$$\frac{1}{p_0} \int_0^{p_0} R dp = - \frac{1}{p_0} \int_0^{p_0} \mu \zeta dp + \frac{1}{p_0} \int_0^{p_0} \mathbf{k} [\mathbf{v} \times \nabla_2 \mu] dp \quad (9)$$

Der 3. Term schliesslich stellt den über die gesamte Atmosphäre gemittelten Vorticity-transport senkrecht durch die isobaren Flächen hindurch dar. Er ist mit demjenigen im äquivalent-barotropen Niveau nur dann identisch, wenn letzteres definiert ist unter der Voraussetzung

$$\bar{J}_p(\dots) = J_{p^*}(\dots) \text{ für } p^* = p \text{ äquiv.} \\ \text{barotrop.} \quad (10)$$

und nicht etwa unter der üblichen Definition für dieses Niveau:

$$\overline{\frac{d}{dt}(\zeta + f)} = \frac{d}{dt}(\zeta + f)|_{p^*} \quad (11)$$

Da er vom Mass der Baroklinität abhängt, gibt dieser Term den Einfluss der Wärmefunktion wieder, d. h. all der nichtadiabatischen Effekte der Wärmeaufnahme oder des Entzuges infolge Strahlung, Kondensation, Verdunstung, Austausch von der Unterlage her usw. Für die Richtigkeit dieses Schlusses mag angeführt werden, dass sich im nichtstationären Fall dieser Term rasch zu dem Korrekturglied der zeitlich lokalen Änderung umformen lässt, das CHARNEY, FJÖRTOFT u. VON NEUMANN bei Verwendung des vereinfachten baroklinen Modelles gebrauchen. Der Zusammenhang zwischen Baroklinität und Wärmefunktion ist andererseits im stationären Falle klar.

Es soll zunächst der Versuch unternommen werden diese 3 Einflüsse in ihrer Grössenordnung gegeneinander abzuschätzen.

In Gl. (7) erhalten wir mit einem Bodenwind von 10 m/s und einer Neigung der Erdoberfläche in Richtung dieses Windes von 2 500 m : 1 000 km (maximale Neigung in einem ausgeglichenen Profil) für die Grösse des ersten Termes in Gl. (6) den Wert von $3 \cdot 10^{-10} \text{ sec}^{-2}$.

Der Reibungsterm ist einerseits vom Strömungsfeld selbst abhängig, (in stark verwirbelten Feldern — ohne Unterschied ob zyklonal oder antizyklonal — ist die Reibung grösser) zum andern aber auch vom Untergrund, nämlich der räumlichen Änderung des Reibungskoeffizienten. Der erste Anteil lässt erkennen, dass Hoch- u. Tiefdruckgebiete zerstört werden,

der zweite Anteil wird besonders gross an den Küsten erwartet werden dürfen. Die Mohnsche Konstante ist von STÜVE (1931) mit $2-8 \cdot 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$ angegeben; die Werte von BAUR u. PHILIPPS (HANN-SÜRING, 1938) für den Reibungsansatz von Hesselberg und Sverdrup lassen sich umrechnen auf $5 \cdot 10^{-5}$ für Meer und $9 \cdot 10^{-5}$ für Land. Um die ausschliessliche Gültigkeit in der Bodenreibungsschicht zu berücksichtigen, sei angenommen, dass die Reibungskonstante bis zur Reibungshöhe $p = 850 \text{ mb}$ auf den Wert 0 nach einem irgendwie anzusetzenden, hier linearen Gesetz abklinge. Den für diese Schicht berechneten Einflusswert denken wir uns dann über die ganze Atmosphäre verteilt wirksam. Auf diese Weise ergibt sich mit $\mu = 8 \cdot 10^{-5}$ und $\zeta = 3 \cdot 10^{-5}$ für den ersten Reibungsterm $1-2 \cdot 10^{-10} \text{ sec}^{-2}$. Zur Berechnung des 2. Reibungstermes mögen die oben genannten für Meer und Land verschiedenen Werte eine Verwendung finden, indem wir den Übergang auf einem ca 300 km breiten Küstenstreifen annehmen. Es ist also $\nabla\mu = 1,3 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^{-1} \text{ sec}^{-1}$. Verfahren wir dann wie beim ersten Reibungsterm so folgt für den zweiten der Wert $1 \cdot 10^{-10} \text{ sec}^{-2}$.

Die Abschätzung des Einflusses der Wärmefunktion in Form des Vorticitytransportes senkrecht zu den isobaren Flächen ist nicht minder schwierig. Die Verteilungen $\zeta = \zeta(z)$ zeigen, dass das Maximum in der Regel an der Tropopause ($p = 225 \text{ mb}$) liegt, während sich bei $p = 700 \text{ mb}$ meist dem Werte Null nähert. Mit einem Gefälle von $3 \cdot 10^{-5}$ auf 300 mb und einer in die Druckkoordinate umgerechneten Vertikalgeschwindigkeit von 5 cm/s (in gemittelten Druckfeldern) folgt für diesen Term $2-3 \cdot 10^{-10} \text{ sec}^{-2}$.

Es berechtigen die vorgenommenen Abschätzungen infolge ihrer Grobheit zu keinerlei Zuerkenntnis des Dominierens für einen der Einflüsse. Es ist jedoch die Aussage berechtigt, dass von den drei Einflüssen keiner gegenüber den andern an allen Stellen des Feldes vernachlässigbar klein ist.

Eine andere Betrachtungsweise der Verhältnisse ergibt sich aus Gl. (6). Gelingt es aus einer zeitlich gemittelten Karte die Grösse der linken Seite zu entnehmen und synoptisch darzustellen, so ist damit eine räumliche Verteilung der Summe der auf der rechten Seite stehenden Einflüsse gegeben. Aus dieser wird man unter

Berücksichtigung der geographischen und orographischen Verhältnisse Schlüsse auf die Existenz des einen oder anderen der Einflüsse ziehen können. Die mangelnde Möglichkeit die genannte Grösse durch Mittelbildung über Druckkoordinate für eine äquivalent-barotrope Atmosphäre zu ermitteln, nötigt zur Anwendung auf die vorliegende Karte des 500 mb-Niveau unter der Voraussetzung, dass dieses nach den Überlegungen von CHARNEY u. ELIASSEN (1949) dem äquivalent-barotropen Niveau entspricht. Hiergegen lässt sich der nicht unberechtigte Einwand erheben, dass die 500 mb-Fläche nur annähernd dem äquivalent-barotropen Niveau entspricht, dass sich vielmehr gerade in der Differenz

$$\bar{J}_p(\dots) = J_{p^*}(\dots) \neq J_{p_{500}}(\dots)$$

die Wärmefunktion widerspiegeln und sich deren räumliche Verteilung wahrscheinlich darstellen lässt durch eine Topographie des an einer räumlich gemittelten Vertikalverteilung von J_p festgestellten äquivalent-barotropen Niveaus. Noch schwerwiegender wird dieser Einwand bei der Feststellung, dass die Festlegung der 500 mb-Fläche als äquivalent-barotropes Niveau nicht unter der Bedingung (10) sondern (11) erfolgt. Die vorhandenen mittleren Höhenkarten schliessen aber alle anderen Möglichkeiten als diejenige der Bestimmung von J_p unter der Annahme

$$\bar{J}_p(\dots) = J_{p_{500}}(\dots)$$

aus. Das Ergebnis scheint diese, notgedrungen alleine in Frage kommende Verfahrensweise trotz aller möglichen Einwände zu rechtfertigen.

Als Grundlage diente die von FLOHN (1949) entworfene Mittelkarte der absoluten Topographie der 500 mb-Fläche für den Winter im Bereich von 120° W—50° E und 35° N—70° N. Ermittelt wurde also die geostrophische Advektion der geostrophischen Vorticity, wozu mithin eine dreifache Differentiation der topographischen Werte nach den Ortskoordinaten erforderlich war. Bei der verhältnismässig geringen Genauigkeit der Ausgangskarte muss dieses Moment sofort bedenklich stimmen, doch scheint das Ergebnis den Versuch zu rechtfertigen. Um eine möglichst exakte

Berechnung zu gewährleisten, wurde das Feld zunächst in einzelne ausgeglichene Profile (meridional von 5 zu 5 Grad Länge, zonal von 2,5 zu 2,5 Grad Breite) zerlegt. Jedoch wurde nach jedem Differentiationsgang wiederum eine kartenmässige Darstellung angefertigt, um eine synoptische Ausgleichung zu ermöglichen. Erst den resultierenden Karten wurden dann wieder die neuen Profile entnommen. Durch das dreifache Differenzieren einerseits und die Behandlung in zwei Koordinaten zum andern bleibt das Ergebnis bis zum Schluss derart unübersichtlich, dass es unmöglich ist, bei den notwendigen Ausgleichungen durch geschickte Durchführung derselben irgendwelche gewollten Effekte zu erhalten; vielmehr erscheint hierdurch eine gewisse Objektivität bei der Bearbeitung gesichert.

Das Ergebnis dieses Versuches ist recht befriedigend. Das resultierende Vorticity-Transportfeld ist in seiner Anordnung durchaus sinnvoll, ja es lässt sogar eine recht gute Übereinstimmung mit dem Feld von Einzeleinflüssen in den Gebieten erkennen, in denen diese dominierend vorhanden sind. Die Diskussion des Feldes sei mit einem Vergleich der Karte von MÖLLER (1950) verbunden, die die räumliche Verteilung der Wärmefunktion und des Entzuges in den untersten 3 km der Atmosphäre im Winter darstellt. MÖLLER hat diese Verteilung aus der mittleren Advektion der Temperatur sowie den Austauschwärmeströmen erschlossen, also auf gänzlich andere Weise als hier. Sieht man von den verschiedenen Geltungsbereichen der beiden Karten in der Vertikalen ab, so stellt die MÖLLER'sche Karte den dritten Term der rechten Seite in Gl. (6) dar. Sie müsste also mit der unsern über dem Atlantik in bester Übereinstimmung sein, da hier die von uns noch mitberücksichtigten Gebirgseinflüsse ganz verschwinden, die Reibungseinflüsse aber minimal und in Bezug auf die Mohn'sche Konstante überall gleich sind. Die Übereinstimmung ist in grossen Zügen hier auch recht gut. Auf beiden Karten zieht sich über den Atlantik von SW nach NE ein Gebiet mit Wärmefunktion — etwa dem Golfstrom folgend. Der Unterschied an der skandinavischen Küste darf vielleicht auf das Wirksamwerden der skandinavischen Gebirge gewertet werden, der im Luv negative, im Lee positive Werte zeitigen muss. Letzterer würde dann mindestens auch zum Teil das positive

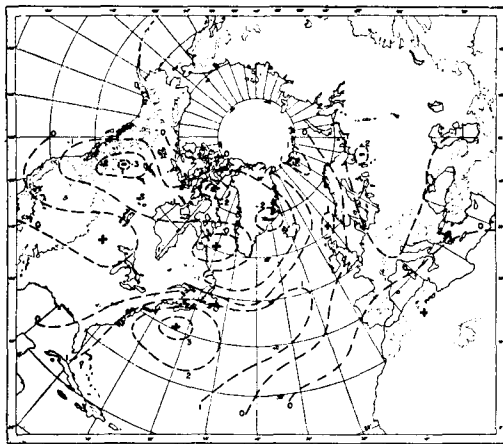


Abb. 1 a: Mittlere Wärmeaufnahme und -entzug zwischen 0 und 3 km Höhe im Januar (in je $0,1 \text{ cal pro cm}^2 \text{ min } 3 \text{ km}$) erschlossen aus der mittleren Advektion und den Austauschwärmeströmen nach MÖLLER.

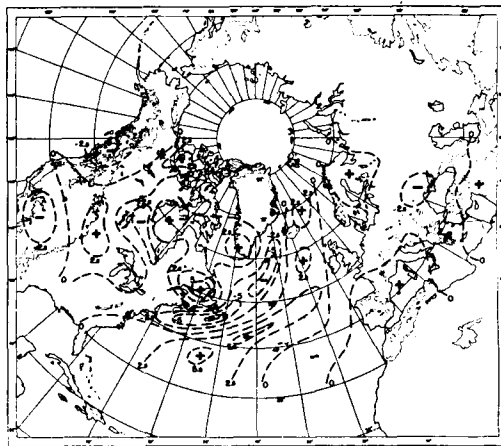


Abb. 1 b: Wärmeaufnahme und -entzug, Reibungseffekte und Einfluss der Gebirge dargestellt durch das Feld der Advektion absoluter Vorticity im "äquivalent-homogenen" Niveau (nahe 500 mb) in je $2,5 \times 10^{-10} \text{ cm/sec}^2$ im Winter.

Areal über Ostsee, Baltikum und Finnland erklären können. Ein zweiter grösserer Unterschied zeigt sich vor der amerikanischen Ostküste südlich von 45° N , wo in einem Gebiet ausgesprochener Wärmeaufnahme das isobare Transportfeld negative Werte aufweist. Letzteres lässt sich wenigstens qualitativ durch das Wirksamwerden des 2. Reibungstermes erklären, wofür auch die Anpassung dieser Abweichung an die Küste spricht. Wie in der MÖLLER'schen Karte finden wir ebenfalls ein Gebiet mit Erwärmung über der Davisstrasse, hier noch ausgedehnt bis nach Neufundland und über die Hudsonbai. Die negativen Werte im Luv und die positiven im Lee des amerikanischen Randgebirges werden erwartet, erweitert durch die mit der MÖLLER'schen Darstellung übereinstimmenden, von W nach E in den Kontinent hineinreichenden Zunge positiver Werte. Gerade die Übereinstimmung des letztgenannten Gebietes in beiden Karten zwingt jedoch nicht dazu, diesen Einfluss notwendig auf eine Erwärmung zurückzuführen. Es sei nämlich vermerkt, dass die MÖLLER'schen Berechnungen auf der notwendigen Vereinfachung horizontaler Advektion beruhen und deshalb auch noch dynamische Effekte enthalten, die aus der Vernachlässigung der Vertikalbewegungen resultieren. Dies wird vorallem auch für das starke Abkühlungsgebiet im Nordwesten Amerikas gelten.

Auch die Übereinstimmung beider Karten in den mediterranen Ländern ist befriedigend, selbst die Leewirkung der Alpen scheint sich bemerkbar zu machen. — Auf dem Atlantik selbst kann nur die Wärmefunktion und der Reibungseinfluss wirksam werden. Die gute Übereinstimmung beider Karten in diesem Raume lässt einen dominierende Einfluss der Wärmefunktion in diesem Gebiet vermuten.

Den vorangehenden Betrachtungen glaubt der Verfasser insofern einen Wert beimesen zu dürfen, als sie erkennen lassen, dass die das quasistationäre Höhenfeld gestaltenden Einflüsse im allgemeinen von der gleichen Grössenordnung sind, und dass eine dominierende Wirksamkeit einzelner Effekte auf bestimmte Areale beschränkt bleibt. Bewerksenswert ist weiterhin, dass der Abstand der Haupteinflussgebiete gleichen Vorzeichens in der Karte des geostrophischen Transportes der vertikalen Komponente absoluter Vorticity im Bereich der Wellenlänge der freien planetarischen Wellen (ROSSBY, 1939) liegt, und dass somit der Faktor der Resonanz auch bei Berücksichtigung des Einflusses gänzlich verschiedener Effekte seine Bedeutung behält.

Herrn Dipl. Met. H. ZIMMERMANN bin ich für die Unterstützung bei der Berechnung der Vorticity-Transportkarte zu Dank verpflichtet.

LITERATUR

- BAUR F. und PHILLIPS H., 1938: Untersuchungen der Reibung bei Luftströmungen über dem Meer. *Ann. der Hydr.*, **66**, p. 279.
- BOLIN B., 1950: On the Influence of the Earths Orography on the General Character of the Westerlies. *Tellus*, **2**, 3.
- CHARNEY J. G. and A. ELIASSEN, 1949: A Numerical Method for Predicting the Perturbations of the Middle Latitude Westerlies. *Tellus*, **1**, 2.
- CHARNEY J. G., FJÖRTOFT, R. and J. VON NEUMANN, 1950: Numerical Integration of the Barotropic Vorticity Equation. *Tellus*, **2**, 4.
- FLOHN H., 1949: Mittlere Druck und Strömungsverhältnisse in der Troposphäre. *Die Grosswetterlagen Mitteleuropas, Deutsch. Wetterd. in der U. S. Zone*, **2**, 12, p. 107.
- MÖLLER F., 1950: Die Wärmebilanz der freien Atmosphäre im Januar. *Met. Rundschau*, **3**, p. 97—108.
- ROSSBY C. G., 1939: Relations between Variations in the Intensity of the Zonal Circulation of the Atmosphere and the Displacements of the Semi-permanent Centers of Action. *Journ. of Met. Res.*, **2**, 1.