

Sur la circulation transversale associée à un courant atmosphérique

Par JACQUES VAN MIEGHEM, Université de Bruxelles

(Manuscript received 14 December 1949)

Abstract

A criticism of the interpretation of the circulation theorem is followed by an investigation of the different factors which contribute to a transversal circulation in a horizontal current.

1. L'étude de la circulation transversale associée au «jet-stream» [5] a conduit aux notions de circulation directe et de circulation inverse, au sujet desquelles il faut, croyons-nous, faire certaines réserves. Une circulation est dite directe lorsque son sens est celui prescrit par les solénoïdes isobares-isostères; elle est dite inverse dans le cas contraire. On admet qu'une circulation directe résulte des solénoïdes et ne se maintient qu'aux dépens de ceux-ci, tandis qu'une circulation inverse est supposée engendrer des solénoïdes isobares-isostères. De plus, confondant les notions «sens de circulation» et «sens du cycle thermodynamique décrit par une particule d'air», on affirme qu'une circulation directe transforme de l'énergie potentielle en énergie cinétique, une circulation inverse, de l'énergie cinétique en énergie potentielle [3].

L'interprétation du théorème de la circulation de V. BJERKNES à la lumière d'un principe de causalité ne peut conduire qu'à des contradictions. En voici un exemple récent. D'après P. RAETHJEN [4], le gradient isobare γ_p de la température crée une circulation qui rétablit le gradient défini par le taux d'accroissement du vent suivant la verticale. Lorsque le gradient γ_p est trop fort (c'est-à-dire, supérieur au gradient isobare Γ_p défini par le taux d'accroissement du vent réel suivant la verticale), l'air chaud s'élève et l'air froid descend (circulation

directe), les variations adiabatiques de la température de l'air qui en résultent, entraînent une diminution du gradient γ_p tant que la valeur limite Γ_p n'est pas atteinte (condition d'équilibre de MARGULES). Inversement, lorsque le gradient γ_p est trop faible ($\gamma_p < \Gamma_p$), l'air chaud descend et l'air froid s'élève (circulation inverse) jusqu'à ce que le gradient γ_p atteigne la valeur limite Γ_p . E. PALMÉN [3], par contre, prétend que les forts gradients de température que l'on rencontre dans la surface de 500 mb où le «jet stream» contourne un creux, sont dus à une circulation inverse susceptible de créer des gradients de cette importance, laissant sous-entendre que les faibles gradients thermiques dans les dorsales de la même surface isobare, doivent être attribués à une circulation directe.

Ainsi, pour P. RAETHJEN, les solénoïdes constituent l'agent moteur de la circulation, tandis que pour E. PALMÉN, la circulation est créatrice de solénoïdes. De telles contradictions sont inévitables dès que l'on fait appel à un principe de causalité. Qu'il me suffise de rappeler que les équations de la mécanique expriment des relations entre certaines grandeurs, mais qu'elles n'établissent aucun lien causal entre celles-ci.

2. Le théorème classique de V. BJERKNES exprime que dans un fluide barocline, la circulation absolue est une propriété non con-

servative du mouvement du fluide et cela par une relation entre le champ du mouvement et le champ des solénoïdes isobares-isostères et non pas par un lien causal entre ces deux champs. L'accélération de la circulation absolue le long d'une courbe fluide et le nombre des solénoïdes isobares-isostères, que cette courbe entoure, varient simultanément dans le même sens, sans que l'on puisse affirmer que les solénoïdes sont la cause ou la conséquence de la circulation. Enfin, le sens de cette circulation est univoquement déterminé (sens solénoïdal).

Dans un système de référence fixe par rapport à la terre, l'accélération de la circulation relative le long d'une courbe fermée fluide est égale à la différence de deux termes: le premier n'est autre que le nombre de solénoïdes isobares-isostères embrassés par cette courbe (c'est-à-dire l'accélération de la circulation absolue le long de cette courbe), le second dépend de la rotation de la terre et de la déformation du milieu fluide à l'intérieur de la courbe envisagée. Le sens de la circulation relative est déterminé par le signe de cette différence. Cette circulation peut donc avoir le sens solénoïdal ou le sens opposé, sans qu'il soit pour cela possible d'affirmer que la circulation relative résulte de l'effet différentiel des deux termes susmentionnés, ou inversement, que la circulation engendre cet effet par une création ou une destruction appropriée de solénoïdes isobares-isostères.

3. Pour étudier la circulation transversale associée à un courant horizontal en un point quelconque O de ce courant, il est commode d'adopter un trièdre trirectangle dextrogyre Oxyz, fixe par rapport à la terre, dont l'axe Ox coïncide avec la direction du courant et l'axe Oz, avec la verticale ascendante de O. Dans ce cas, l'axe Oy est orienté à gauche du courant et par conséquent, dans la troposphère moyenne et supérieure de l'hémisphère Nord, cet axe est dirigé, à la fois, vers les basses pressions et les basses températures.

Dérivons par rapport à y l'équation du mouvement suivant Oz et par rapport à z l'équation du mouvement suivant Oy; en soustrayant les relations ainsi obtenues, on trouve

$$\text{rot}_x \left(\frac{d\vec{v}}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{dv_z}{dt} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{dv_y}{dt} \right) =$$

$$= \frac{\partial \alpha}{\partial z} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial \alpha}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial z} + 2\omega_z \frac{\partial v_x}{\partial z} - 2\omega_x \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + 2\omega_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + 2v_x \frac{\partial \omega_y}{\partial y} - 2v_y \frac{\partial \omega_x}{\partial y} \dots \dots (1)$$

Comme d'habitude, p et α représentent la pression atmosphérique et le volume spécifique de l'air, v_x, v_y, v_z les composantes coordonnées de la vitesse $\vec{v}$ de l'air par rapport à la terre (on a: $v_x > 0$ et en O, $v_y = 0$) et $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ les composantes coordonnées de la rotation de la terre (on a: $\omega_x \equiv \omega \cos \varphi \sin \beta$, $\omega_y \equiv \omega \cos \varphi \cos \beta$, $\omega_z \equiv \omega \sin \varphi$, où φ désigne la latitude et β l'angle du courant avec la direction W $\rightarrow$ E).

Ensuite, remarquons que

$$\frac{\partial \omega_x}{\partial y} = -\frac{\omega}{a} \sin \varphi \cos \beta \sin \beta \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial \omega_y}{\partial y} = -\frac{\omega}{a} \sin \varphi \cos^2 \beta;$$

d'où,

$$2 \left(v_x \frac{\partial \omega_y}{\partial y} - v_y \frac{\partial \omega_x}{\partial y} \right) = -\frac{2\omega}{a} \sin \varphi \cos \beta$$

$$(v_x \cos \beta - v_y \sin \beta) = -\frac{2\omega_z}{a} u \cos \beta \dots (2)$$

u étant la composante zonale du courant $\vec{v}$ (en O, on a: $u = v_x \cos \beta$) et a , le rayon moyen de la terre.

Le nombre N_x de solénoïdes isobares-isostères, par unité d'aire, en O, dans le plan transversal de ce point, est donné par

$$N_x \equiv \frac{\partial \alpha}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial \alpha}{\partial z} \frac{\partial p}{\partial y} \cong -\frac{g}{T} \left(\frac{\delta T}{\delta y} \right)_p = = 2\omega_z \frac{\partial v_g}{\partial z} > 0 \dots \dots \dots (3)$$

compte tenu de l'équation des gaz parfaits, de l'équation de la statique suivant la verticale z et de l'équation d'équilibre de Margules; dans

(3), $\left(\frac{\delta T}{\delta y} \right)_p$ représente l'ascendant isobare $-\gamma_p$ de la température absolue T de l'air suivant la direction transversale y , g , la pesanteur et v_g , la vitesse géostrophique de l'air en O.

Enfin, substituons dans (1) les relations (2), (3) et l'équation de continuité, on obtient

$$\text{rot}_x \left(\frac{d\vec{v}}{dt} \right) = 2\omega_z \left[\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_g}{\partial z} \right] + 2\omega_x \frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{2\omega_x}{\alpha} \frac{d\alpha}{dt} + 2\omega_y \frac{\partial v_x}{\partial y} - 2\omega_z \frac{\cos \beta}{a} u \dots (4)$$

au point O. Rappelons que $\frac{\partial v_g}{\partial z}$ représente le vent thermique en ce point.

L'accélération de la circulation (ou ce qui revient au même, la circulation de l'accélération) le long de la frontière d'une unité de surface dans le plan transversal yz est égale à la composante longitudinale $\text{rot}_x \left(\frac{d\vec{v}}{dt} \right)$ de la rotationnelle de l'accélération $\frac{d\vec{v}}{dt}$ de l'air, au point de convergence de la surface considérée. La formule (4) exprime donc l'accélération de la circulation, par unité de surface, en un point quelconque O, dans le plan transversal de ce point; elle s'applique aussi bien à un courant à composante W ($u > 0$, $-\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{\pi}{2}$) qu'à un courant à composante

$$E \left(u < 0, \frac{\pi}{2} < \beta < \frac{3\pi}{2} \right).$$

Comme dans la troposphère moyenne et supérieure de l'hémisphère Nord, l'air froid est à gauche et l'air chaud à droite du courant $\vec{v}$, il se produira une circulation transversale relative *directe* lorsque $\text{rot}_x \left(\frac{d\vec{v}}{dt} \right) < 0$ (sens solénoïdal) et une circulation *inverse* lorsque $\text{rot}_x \left(\frac{d\vec{v}}{dt} \right) > 0$.

Examinons maintenant la contribution de chacun des cinq termes du second membre de (4) au sens de la circulation transversale relative.

1° Lorsqu'en un point quelconque O, le taux d'accroissement $\frac{\partial v_x}{\partial z}$ du courant v_x en ce point, suivant la verticale z (vertical wind shear), est inférieur (*supérieur*) au vent thermique $\frac{\partial v_g}{\partial z}$ en ce point, le terme $2\omega_z \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_g}{\partial z} \right)$

contribue à une circulation directe (*inverse*) au même point. Ainsi, un accroissement du vent thermique (ou ce qui revient au même, un accroissement du nombre de solénoïdes isobares-isostères) est associé à une circulation directe, une diminution, à une circulation inverse [2], le gradient vertical du vent réel étant supposé constant.

2° Lorsque le courant v_x au point O augmente (*diminue*) dans le sens x du courant, le terme $2\omega_x \frac{\partial v_x}{\partial x}$ contribue à une circulation transversale directe (*inverse*) lorsque le courant v_x est de NW ou de NE ($\omega_x < 0$) et à une circulation inverse (*directe*) lorsque le courant v_x est de SW ou de SE ($\omega_x > 0$).

On sait que l'intensité du «jet stream» des régions tempérées varie le long du courant, les maxima d'intensité se trouvant un peu en amont des thalwegs des creux bariques [5]. Par conséquent, entre une dorsale et le creux suivant (à l'E) où le courant de NW est accéléré, ainsi qu'entre un creux et la dorsale suivante (à l'E), où le courant de SW est retardé, il se produit une circulation transversale directe en relation avec la répartition de l'accélération longitudinale du courant.

3° Lorsque dans le courant v_x l'air descend, on a $\frac{d\alpha}{dt} < 0$ (*monte*, $\frac{d\alpha}{dt} > 0$) et le terme $-\frac{2\omega_x}{\alpha} \frac{d\alpha}{dt}$ contribue à une circulation directe (*inverse*) lorsque le courant v_x est de NW ou de NE et à une circulation transversale inverse (*directe*) lorsque le courant v_x est de SW ou de SE.

D'après R. G. FLEAGLE [1], l'air a une tendance à l'affaissement dans un «jet» de NW, tandis qu'il a une tendance à l'ascension dans un «jet» de SW. Cette circonstance contribue à une circulation transversale directe dans les deux cas.

4° Lorsque le courant v_x a une composante zonale d'W ($u > 0$, $-\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{\pi}{2}$ et $\omega_y > 0$), le terme $2\omega_y \frac{\partial v_x}{\partial y}$ contribue à une circulation

directe à gauche où $\left(\frac{\partial v_y}{\partial y} < 0 \right)$, tourbillon de glissement cyclonique dans le plan horizontal xy et à une circulation inverse à droite (où

$\frac{\partial v_x}{\partial y} > 0$, tourbillon de glissement anticyclonique dans le plan horizontal xy) du courant v_x .

Rappelons ici que, d'après C. G. ROSSBY [5], la circulation transversale est inverse au S d'un «jet stream» d'W, où $u > 0$ et $\frac{\partial v_x}{\partial y} > 0$.

Lorsque le courant v_x a une composante zonale d'E ($u < 0$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{3\pi}{2}$ et $\omega_y < 0$), le terme $2\omega_y \frac{\partial v_x}{\partial y}$ contribue à une circulation transversale directe à droite ($\frac{\partial v_x}{\partial y} > 0$) et à une circulation inverse à gauche ($\frac{\partial v_x}{\partial y} < 0$) du courant v_x .

Il en résulte qu'au S d'un «jet stream» d'E, il y a aussi une tendance au développement d'une circulation inverse.

5° Comme le produit $u \cos \beta$ est toujours positif, quelle que soit l'orientation du courant

v_x , le dernier terme, dû à un effet de latitude, contribue toujours à une circulation directe.

Nous avons décomposé l'expression de $\text{rot}_x \left(\frac{d\vec{v}}{dt} \right)$ en cinq termes dont le premier et le quatrième sont vraisemblablement les plus importants et dont le dernier est sans doute négligeable. Dans l'état actuel de nos connaissances, il est difficile de préciser davantage l'ordre de grandeur de ces termes. Une étude synoptique de la différence entre l'ascendant vertical du vent (vertical wind shear) et le vent thermique dans le «jet stream» nous paraît indispensable si l'on veut arriver à une connaissance meilleure de la circulation transversale associée aux ondulations d'un courant zonal.

Remerciements. Cet article fut rédigé à Stockholm vers la fin d'un séjour de deux mois à l'Institut Météorologique de l'Université.

Je tiens à remercier bien vivement Monsieur le Professeur C. G. ROSSBY de son accueil aimable, des facilités de travail qu'il m'a procurées et surtout des discussions si nombreuses et si intéressantes que nous avons eues ensemble et dont j'ai pu retirer le plus grand profit.

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] FLEAGLE, R. G. 1947: The fields of temperature, pressure and three-dimensional motion in selected weather situations. *Journ. of Meteor.* **4**, 6, pp. 165—185.
- [2] NYBERG, A. 1949: An aerological study of large-scale atmospheric disturbances. *Tellus*, **1**, 1, pp. 44—53.
- [3] PALMÉN, E. 1949: On the origin and structure of high-level cyclones south of the maximum westerlies. *Tellus*, **1**, 1, pp. 22—31.
- PALMÉN, E. and NAGLER K. M. 1949: The formation and structure of a large-scale disturbance in the westerlies. *Journ. of Meteor.* **6**, 4, pp. 227—242.
- [4] RAETHJEN, P. 1949: Zyklonenetische Probleme. *Arch. Meteor. Geoph. u. Bioklim.* Ser. A, **1**, 3—4, pp. 295—346.
- [5] Staff Members Dep. of Meteor. Univ. of Chicago. 1947: On the general circulation of the atmosphere in middle latitudes. *Bull. Am. Meteor. Soc.* **28**, 6, pp. 255—280.